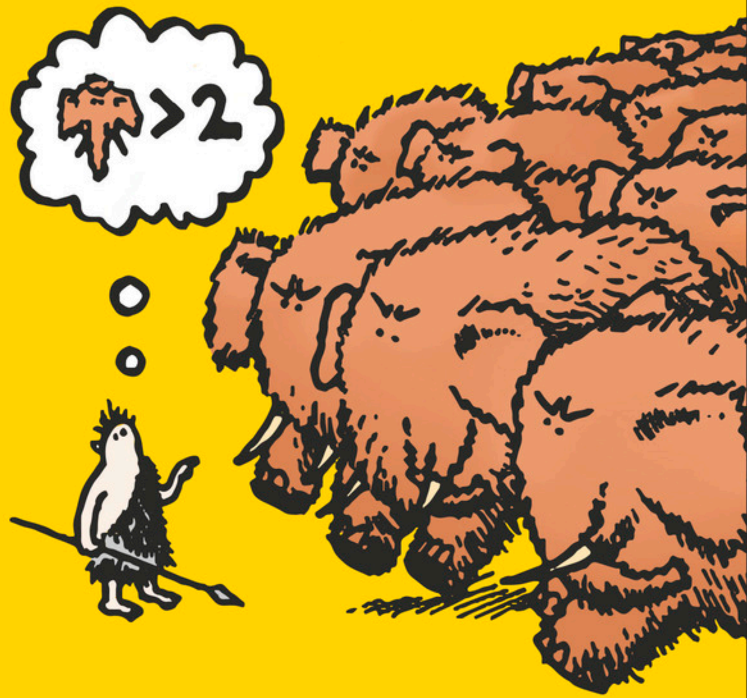
ALEX BELLOS

Alex au pays des chiffres



Champs sciences

ALEX AU PAYS DES CHIFFRES

Du même auteur
dans la même collection

Alex et la magie des nombres. Un nouveau voyage au pays des mathématiques

Le Cercle des problèmes incongrus. 3 000 ans d'énigmes mathématiques

Alex Bellos

ALEX AU PAYS DES CHIFFRES

Une plongée dans l'univers des mathématiques

Traduit de l'anglais par Anatole Muchnik

Illustrations d'Andy Riley

Champs sciences

Titre original : *Alex's Adventures in Numberland*

ISBN : 978-2-0804-3878-2

Introduction

À l'été 1992, je travaillais comme journaliste stagiaire à l'*Evening Argus* de Brighton. Je consacrais mes journées à regarder défiler les ados récidivistes devant les tribunaux locaux, à interviewer les épiciers à propos de la récession et, deux fois par semaine, je mettais à jour les horaires des trains Bluebell Railway pour la rubrique d'informations générales du journal. Sans doute ne faisait-il pas bon alors être un voyou ou un épicier, mais j'en garde pour ma part le souvenir d'une période heureuse.

À peine réélu Premier ministre, quelque peu grisé par la victoire, John Major a lancé l'une de ses initiatives politiques les plus mémorables (et les plus raillées). Avec une solennité présidentielle, il a annoncé la mise en place d'un service téléphonique d'information sur la présence de travaux sur les routes – une idée somme toute banale, mais présentée comme si l'avenir de la planète en dépendait.

À Brighton, toutefois, les cônes de chantier faisaient l'actualité. On ne pouvait plus entrer en ville sans se retrouver coincé par les travaux. La route principale de Londres – la A23 (M) – n'était qu'un long corridor balisé de cônes à rayures orange depuis Crawley jusqu'à Creston Park. Jouant le second degré, l'*Argus* a mis ses lecteurs au défi de deviner le nombre exact de cônes disposés le long des nombreux kilomètres de l'A23 (M). Fiers de leur trouvaille, les rédacteurs en chef se sont chaleureusement congratulés. Ce concours, façon fête de village, était un moyen d'exposer les faits tout en se moquant du gouvernement central : pour un journal local, c'était parfait.

Mais quelques heures à peine après l'annonce du concours, la première réponse est arrivée d'un lecteur ; elle était juste. Je revois encore la consternation des patrons du journal, muets sur leurs chaises de la salle de rédaction, comme si un important élu local venait de décéder. Ils avaient voulu se moquer du Premier ministre, et c'est eux qui passaient pour des imbéciles.

Deviner le nombre de cônes jalonnant une trentaine de kilomètres de route leur avait paru impossible. De toute évidence, ça ne l'était pas, et je crois bien avoir été le seul dans le bâtiment à comprendre pourquoi. Si l'on part du principe que les cônes sont disposés à intervalles réguliers, le calcul est élémentaire :

Nombre de cônes = longueur de la route ÷ distance entre les cônes

On peut mesurer la longueur de la route en la parcourant en voiture ou en consultant une carte. Et pour calculer la distance entre les cônes, un mètre ruban suffit. Cet écart peut bien présenter de légères variations, de même que l'estimation de la longueur de la route peut être sujette à erreur, mais sur la distance, le calcul est largement assez précis pour prétendre à la victoire au concours d'un journal local (et c'est très probablement la méthode qu'a employée la police dès le départ pour fournir la bonne réponse à l'*Argus*).

L'épisode est encore très net dans ma mémoire, parce que c'était la première fois dans ma carrière de journaliste que je percevais aussi clairement l'avantage que procure un esprit mathématique à son détenteur. Par ailleurs, il était quand même assez troublant de constater à quel point la plupart des journalistes sont fâchés avec les chiffres. Trouver le nombre de cônes disposés sur une route n'a vraiment rien de très sorcier, mais c'était manifestement encore un peu trop compliqué pour mes collègues.

Deux ans auparavant, j'avais décroché ma licence en mathématiques et philosophie ; un diplôme avec un pied dans les sciences et l'autre dans les arts libéraux. Ma décision d'entrer en journalisme aura été, au moins en partie, un renoncement aux premières pour pleinement me consacrer aux seconds. Peu après la déconvenue des cônes de chantier, j'ai quitté l'*Argus* pour divers journaux londoniens. Et je me suis retrouvé correspondant à Rio de Janeiro. De temps à autre, quand il s'agissait de trouver le pays européen dont la superficie équivalait à la dernière zone de déforestation de l'Amazonie, par exemple, ou de calculer les taux de change lors des crises monétaires, ma facilité avec les nombres me rendait service. Mais, dans l'ensemble, j'avais bel et bien tourné le dos aux maths.

Puis, voici quelques années, je suis rentré au Royaume-Uni sans trop savoir ce que j'allais faire. J'ai vendu des maillots de footballeurs brésiliens, créé un blog, et même caressé l'idée de me reconvertir dans l'importation de fruits exotiques, mais rien de tout cela n'a abouti. Au cours de cette phase de réévaluation, je suis revenu à ce qui m'avait passionné pendant une bonne part de ma jeunesse, et j'y ai trouvé l'étincelle d'inspiration qui allait me conduire à l'écriture de ce livre.

Explorer l'univers des mathématiques n'est pas du tout la même chose à l'âge adulte qu'à l'enfance, quand l'impératif de réussite aux examens implique qu'on se contente de survoler les choses les plus captivantes. Cette fois, j'étais libre d'aller me perdre dans certaines avenues sans autre motif que la curiosité et l'intérêt qu'elles m'inspiraient. J'ai entendu parler d'« ethnomathématiques », l'étude de la façon dont on aborde les maths dans différentes cultures, et de l'influence qu'a exercée la religion sur leur façonnement. J'ai été particulièrement captivé par les récents travaux de psychologie comportementaliste et de neurosciences qui nous permettent de commencer à comprendre précisément pourquoi et comment le cerveau pense les nombres.

Je me suis aperçu que j'agissais à la façon d'un correspondant de presse envoyé à l'étranger, à la différence que le pays que je couvrais était d'un genre abstrait – le « pays des chiffres ».

Mon voyage a vite pris sa dimension géographique, car je voulais faire l'expérience des mathématiques dans le monde réel. Je me suis donc envolé vers l'Inde pour apprendre comment ce pays avait inventé le « zéro », l'une des plus grandes percées intellectuelles de l'histoire de l'humanité. J'ai loué une chambre d'hôtel dans un casino de Reno pour voir à l'œuvre les probabilités. Et, au Japon, j'ai rencontré le plus matheux des chimpanzés.

Au fil de mes recherches, je me suis vu dans une position inattendue, mi-expert et mi-profane. Renouer avec les mathématiques scolaires a été comme retrouver de vieux amis, sauf que ces amis comptaient eux-mêmes à présent pas mal d'amis que je n'avais encore jamais rencontrés, et qu'il y avait aussi beaucoup de nouveaux arrivants. Il aura fallu que j'écrive ce livre pour apprendre, par exemple, que des campagnes ont été menées depuis des siècles en faveur de l'introduction de deux nouveaux chiffres à notre système décimal. J'ignorais aussi pourquoi la Grande-Bretagne a été le premier pays à frapper une pièce de monnaie heptagonale. Et j'étais bien loin de soupçonner l'existence des mathématiques qui sous-tendent le sudoku (qui restait encore à inventer).

Mon enquête m'a conduit jusqu'à Braintree, dans l'Essex, et Scottsdale, dans l'Arizona, de même que dans les plus insolites rayonnages de bibliothèque. J'ai ainsi consacré une journée inoubliable à la lecture d'un ouvrage sur l'histoire des rites associés aux plantes pour comprendre ce qui avait rendu Pythagore si notoirement difficile en matière de nourriture.

Ce livre commence par un chapitre auquel j'ai attribué le numéro 0, une manière de dire qu'il y est question de ce qui précède les mathématiques. On y verra de quelle façon sont apparus les nombres. Au début du chapitre premier, les nombres sont bien là et les choses sérieuses peuvent commencer. Ensuite, jusqu'au bout du chapitre 11, on abordera l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie, les statistiques et tous les domaines qu'il m'a été possible de tasser dans quelque quatre cents pages. J'ai essayé de réduire au minimum les explications techniques, mais il n'a pas toujours été possible d'y échapper, et j'ai donc laissé ici et là quelques équations et démonstrations. Si vous sentez surchauffer vos méninges, passez directement au début de la partie suivante, ça redeviendra tout de suite plus simple. Chaque chapitre se tient par lui-même, ce qui signifie qu'il n'est pas indispensable d'avoir lu les précédents pour l'assimiler et qu'on peut tous les prendre dans le désordre, mais j'espère en revanche que vous les lirez du premier au dernier, parce qu'ils suivent quand même une vague chronologie des idées et qu'il m'arrive de faire référence à des points évoqués précédemment. Je me suis efforcé d'adresser ce livre au lecteur totalement ignare en mathématiques, et les sujets que j'y ai abordés vont du niveau de l'école primaire à des choses qu'on n'étudie pas avant la fin de la licence.

J'ai aussi fait une place conséquente à l'histoire, parce que les mathématiques ne sont finalement jamais que le produit de leur histoire. À la différence des humanités, perpétuellement réinventées au gré du renouvellement des idées ou des tendances, et de la recherche appliquée, où les théories suivent un processus constant de raffinement, les mathématiques ne vieillissent pas. Les théorèmes de Pythagore et d'Euclide sont aussi valables aujourd'hui qu'ils l'ont été auparavant – ce qui explique que Pythagore et Euclide soient les noms les plus anciens qu'on étudie à l'école. Le programme du GCSE[1] ne comporte quasiment aucune notion mathématique qui n'ait été connue au milieu du XVII^e siècle, et l'ensemble de ces connaissances ne valait guère qu'un A + aux écoliers du milieu du XVIII^e. (À l'époque où je l'ai moi-même passé, les notions mathématiques les plus modernes que j'ai étudiées dataient des années 1920.)

Pendant la rédaction de ce livre, j'ai toujours eu le souci de communiquer l'excitation et l'émerveillement qui accompagnent l'exploration mathématique. (Et de montrer que les mathématiciens sont drôles. Nous sommes les rois de la logique, et cela nous donne un sens extrêmement fin de l'absurde.) Les mathématiques souffrent d'une réputation d'âpreté et de complexité. Elles le sont souvent. Mais elles sont aussi parfois exaltantes, accessibles et, plus que tout, lumineuses de créativité. La pensée mathématique abstraite est l'une des grandes conquêtes de l'espèce humaine, peut-être même est-elle le fondement de tout progrès humain.

Le pays des chiffres est un endroit remarquable. J'en recommande vivement la visite.

Alex Bellos,
janvier 2010

1. Diplôme britannique de fin d'enseignement général. *(NdT.)*

>2

0

Des nombres plein la tête

En pénétrant dans le petit appartement parisien de Pierre Pica, je suis happé par l'odeur d'insecticide. Pica, qui rentre à peine de cinq mois passés au sein d'une communauté indigène de la forêt amazonienne, est en train de désinfecter les cadeaux qu'il a rapportés. Dans son studio, les murs sont couverts de masques tribaux, de coiffures à plumes et de paniers tressés. Les étagères croulent sous les piles d'ouvrages universitaires. Sur un rebord, un Rubik's Cube traîne, solitaire, irrésolu.

Je demande à Pica comment s'est déroulé son voyage.

« Difficilement », répond-il.

Pica est linguiste, ce qui n'est peut-être pas étranger au fait qu'il parle lentement, avec précaution, pesant minutieusement chacun de ses mots. À cinquante ans passés, il a conservé un air de garçonnet – ses yeux bleus sont pétillants, il a le teint rougeaud et une chevelure d'argent aussi soyeuse que désordonnée. S'il s'exprime d'une voix paisible, sa gestuelle est enfiévrée.

Pica, qui fut l'élève de l'éminent linguiste américain Noam Chomsky, est aujourd'hui employé par le Centre national de la recherche scientifique. Voilà dix ans que ses travaux portent sur les Munduruku, un groupe indigène d'environ sept mille individus habitant la forêt amazonienne. Les Munduruku sont des chasseurs-cueilleurs qui vivent dans de petits villages disséminés sur une portion de jungle équivalant à trois fois la surface du pays de Galles. Ce qui intéresse Pica, c'est la langue que ces gens parlent : elle ne connaît pas de temps, pas de pluriel et pas de termes pour désigner les nombres au-delà de 5.

Pour accomplir son travail de terrain, Pica doit chaque fois se lancer dans un périple de grand aventurier. L'aéroport le plus proche est celui de Santarém, une petite ville sise à huit cents kilomètres de l'océan Atlantique en remontant l'Amazone. Là, il embarque sur un ferry qui l'emmène en quinze heures sur quelque trois cents kilomètres le long du rio Tapajós jusqu'à Itaituba, une ancienne ville minière de la ruée vers l'or, ultime occasion de faire le plein de vivres et de carburant. Lors de son dernier voyage, Pica a loué une jeep à Itaituba, dans laquelle il a entassé du matériel, notamment des ordinateurs, des panneaux solaires, des batteries, des livres et cinq cent cinquante litres d'essence. Puis il a pris la route transamazonienne, infrastructure héritée de la folie nationaliste des années 1970, que le temps a transformée en piste de boue improbable et souvent impraticable.

Il se rendait à Jacareacanga, petite implantation située à trois cents kilomètres encore au sud-ouest d'Itaituba. Je lui demande combien de temps il a mis pour y arriver. « Ça dépend, dit-il en haussant les épaules. Ça peut prendre une vie entière, comme ça peut prendre deux jours. »

J'insiste, combien de temps lui a-t-il fallu *cette fois-ci* ?

« Tu sais, on ne peut jamais dire combien de temps ça mettra parce que ça ne met jamais le même temps. Il faut compter entre dix et douze heures pendant la saison des pluies. Si tout va bien. »

Jacareacanga est située à la lisière du territoire désigné des Munduruku. Pour pénétrer la zone, Pica a dû attendre que des indigènes viennent à lui et obtenir qu'ils l'emmènent en canoë.

« Combien de temps as-tu attendu ? »

« J'ai attendu assez longtemps. Mais, là encore, ne me demande pas combien de jours. »

Je hasarde : « Deux ou trois jours, c'est ça ? »

Pendant quelques secondes, il fronce les sourcils. « Environ deux semaines. »

Plus d'un mois après avoir quitté Paris, Pica était enfin sur le point d'arriver à destination. Fatalement, je cherche à savoir combien de temps il a mis depuis Jacareacanga pour atteindre les villages.

Mais là, je vois que Pica est ostensiblement irrité par mes questions : « Même réponse pour tout – *ça dépend !* »

Je persiste. Combien de temps a-t-il mis *cette fois-ci* ?

Il bredouille : « Je ne sais pas. Je crois… peut-être… deux jours… un jour et une nuit… »

Plus je presse Pica de me livrer des faits et des chiffres, plus il renâcle à le faire. Je perds patience. Je ne sais pas s'il faut voir dans ses réponses une intransigeance typiquement française, du snobisme universitaire ou simplement de l'esprit de contradiction. Je décide de ne plus insister et nous passons à autre chose. Ce n'est qu'au bout de quelques heures consacrées à discuter, en abordant la sensation de revenir chez soi après un si long séjour au milieu de nulle part, qu'il finit par s'ouvrir. « Quand je rentre d'Amazonie, je n'ai plus la notion du temps, des nombres ni peut-être même de l'espace », dit-il. Il oublie ses rendez-vous. Il se perd dans les trajets urbains les plus simples. « J'ai beaucoup de difficulté à me réadapter à Paris, avec ses angles et ses lignes droites. » Son incapacité à me fournir des réponses quantitatives s'inscrit dans le droit-fil de ce choc culturel. Il a passé tellement de temps parmi des gens sachant à peine compter qu'il en a perdu l'aptitude à décrire le monde en termes de nombres.

Nul n'en est vraiment certain, mais on croit que les nombres n'ont guère plus de dix mille ans d'âge. Par nombres, j'entends un système de mots et de symboles désignant les nombres. Une théorie veut que la pratique soit apparue avec l'agriculture et l'échange, car les nombres sont devenus un instrument indispensable pour inventorier son stock et s'assurer qu'on ne se faisait pas flouer. Les Munduruku ne pratiquant qu'une agriculture de subsistance et l'argent n'ayant que récemment commencé à circuler dans leurs villages, ils n'ont jamais développé leurs aptitudes pour le comptage. À l'autre bout du monde, au sujet des tribus indigènes de Papouasie-Nouvelle-Guinée, on a avancé que les nombres étaient apparus par l'intermédiaire de coutumes élaborées d'échange de présents. L'Amazonie, elle, n'a jamais connu ce genre de tradition.

Pourtant, voici plusieurs dizaines de milliers d'années, longtemps avant l'arrivée des nombres, il a bien fallu que nos ancêtres possèdent une certaine sensibilité à l'égard des quantités. Ils devaient forcément savoir distinguer entre un mammouth et deux mammouths, et comprendre qu'une nuit n'est pas la même chose que deux nuits. Mais il aura fallu encore beaucoup de temps pour franchir le fossé intellectuel qui sépare la perception concrète de deux choses de l'invention d'un symbole ou d'un mot désignant l'idée abstraite « deux ». C'est d'ailleurs à peu près à ce stade qu'en sont aujourd'hui certaines communautés d'Amazonie. Il existe des tribus qui ne possèdent pour tout adjectif numéral que le « un », le « deux » et « beaucoup ». Les Munduruku, qui vont jusqu'à cinq, apparaissent comme une population relativement sophistiquée.

Les nombres ont pris une telle place dans notre existence qu'on imagine mal qu'un peuple puisse survivre sans eux. Pourtant, tout le temps qu'il est resté parmi les Munduruku, Pierre Pica n'a eu aucun mal à se glisser dans une vie sans nombres. Il a dormi dans un hamac. Il a chassé et mangé le tapir, le tatou et le sanglier. Il jugeait de l'heure à la position du soleil. Quand il pleuvait, il restait à l'intérieur, et quand il faisait beau, il sortait. Il n'a jamais eu besoin de compter.

Je trouve tout de même bizarre que la nécessité de nombres supérieurs à cinq ne se fasse jamais sentir dans la vie quotidienne en Amazonie. Je demande à Pica comment s'y prend un indigène pour dire « six poissons », par exemple, dans le cas où, préparant un repas pour six, il voudrait s'assurer que chacun sera servi.

« C'est impossible, répond-il. La phrase “Je veux du poisson pour six personnes” n'existe pas. »

Et si l'on demande à un Munduruku qui a six enfants : « Combien d'enfants avez-vous ? »

Pica fait la même réponse : « Il dira “Je ne sais pas”. C'est impossible à exprimer. »

Cependant, ajoute Pica, il s'agit avant tout d'une question culturelle. Ce n'est pas que notre Munduruku compte son premier enfant, puis le deuxième, le troisième, le quatrième, le cinquième et qu'arrivé au sixième il se gratte la tête devant l'impossibilité d'aller plus loin. Pour les Munduruku, l'idée même de compter ses enfants est saugrenue. En fait, l'idée de compter quoi que ce soit est saugrenue.

Pourquoi voudriez-vous qu'un Munduruku compte ses enfants ? interroge Pica. Les enfants sont pris en charge par l'ensemble des adultes de la communauté, explique-t-il, et personne ne tient le compte de qui appartient à qui. À titre comparatif, il brandit l'expression française « *j'ai une grande famille*[1] ». « Si je

1. En français dans le texte. *(NdT.)*

vous dis que j'ai une grande famille, je vous dis en fait que j'ignore [combien de membres elle comporte]. Où s'arrête ma famille et où commence celle des autres ? Je n'en sais rien. Personne ne me l'a jamais appris. » De la même façon, si vous demandez à un Munduruku adulte combien d'enfants sont sous sa responsabilité, il n'y a pas de bonne réponse. « Il dira "Je ne sais pas", ce qui est vraiment le cas. »

Les Munduruku ne sont pas dans l'histoire le seul peuple à ne pas compter les membres de leur communauté. Quand le roi David a recensé les siens, il a été puni de trois jours de pestilence et de 77 000 morts. Les Juifs ne sont autorisés à compter les Juifs que de façon indirecte, c'est d'ailleurs pourquoi on s'assure à la synagogue qu'au moins dix hommes sont présents – constituant le miniane, ou le quorum indispensable à la prière – à travers une oraison de dix mots prononcée en désignant une personne par mot. Dénombrer les gens passe pour une façon d'exposer chacun individuellement, le rendant plus vulnérable aux influences malignes. Demandez à un rabbin orthodoxe de compter ses enfants et vous aurez autant de chances d'obtenir une réponse que si vous vous étiez adressé à un Munduruku.

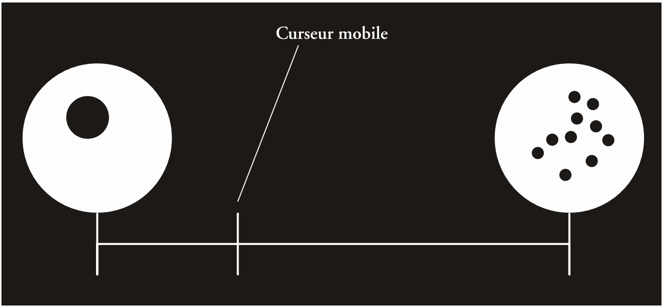
J'ai un jour rencontré une enseignante brésilienne qui avait passé beaucoup de temps parmi les communautés indigènes. Elle m'a dit qu'à leurs yeux, notre tendance à toujours les interroger sur le nombre de leurs enfants était une drôle de compulsion, même si le visiteur ne cherchait généralement qu'à faire preuve de politesse. Quel intérêt y a-t-il à compter ses enfants ? Cela rend les indigènes très soupçonneux, m'a-t-elle dit.

La première mention écrite des Munduruku remonte à 1768, quand un colon en a repéré quelques-uns, qui se tenaient sur les rives d'un fleuve. Un siècle plus tard, des missionnaires franciscains se sont installés en pays munduruku, puis d'autres contacts encore ont été établis lors de la ruée sur le caoutchouc de la fin du XIXe siècle, quand les *seringueiros* ont fait leur apparition dans la région. La plupart des Munduruku vivent encore dans un isolement relatif, mais à l'instar de nombreux groupes indigènes ayant depuis longtemps multiplié les contacts, ils s'habillent à l'occidentale, portant tee-shirts et shorts. Fatalement, d'autres attributs du monde moderne finiront par pénétrer dans leur univers, comme l'électricité ou la télévision. Et aussi les nombres. D'ailleurs, certains Munduruku habitant aux franges de leur territoire ont d'ores et déjà appris le portugais, langue officielle du Brésil, dans laquelle ils savent compter. « Ils connaissent *um*, *dois*, *três* jusqu'aux centaines, me dit Pica. Mais quand tu leur demandes : "Au fait, combien font 5 moins 3 ?" (Il parodie un haussement d'épaules signifiant l'impuissance), ils n'en ont pas la moindre idée. »

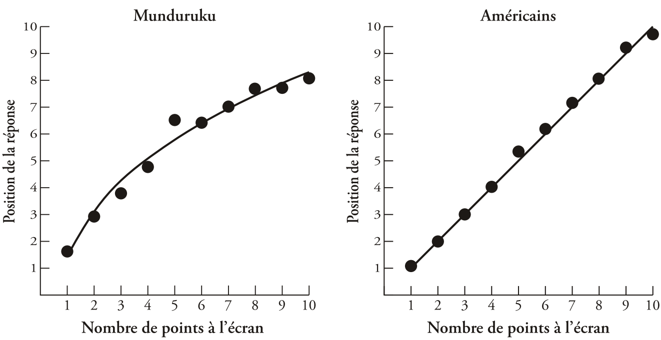
Dans la forêt, Pica mène ses recherches à l'aide d'ordinateurs portables alimentés par des batteries chargées à l'énergie solaire. La chaleur et l'humidité font de la maintenance du matériel un véritable cauchemar logistique, mais le plus difficile demeure parfois de rassembler les participants. Un jour, le chef d'un village a demandé à Pica de manger une *sauba*, une grosse fourmi rouge, afin d'obtenir un entretien avec un enfant. Éternellement consciencieux, le linguiste a croqué l'insecte avant de l'avaler en grimaçant.

À travers l'étude des aptitudes mathématiques d'un peuple seulement capable de compter sur les doigts d'une main, il s'agit surtout de découvrir la nature de nos intuitions numérales élémentaires. Pica veut faire le tri entre ce qui est le propre de tous les hommes et ce qui relève de la culture. L'une de ses plus fascinantes expériences portait sur la perception spatiale des nombres chez les indigènes. Comment visualisent-ils la répartition des nombres sur une ligne ? Dans le monde moderne, c'est une chose qu'on pratique couramment – que ce soit sur un mètre ruban, une règle, un graphique ou dans la succession des maisons d'une rue. Les Munduruku ignorant les nombres, Pica leur a fait passer des tests à l'aide d'un ensemble de points apparaissant sur un écran. À chaque participant, il a présenté la figure suivante d'une ligne non graduée. Sur la gauche de la ligne apparaissait un point ; sur la droite, dix. Il a ensuite montré au sujet des groupes de un à dix points, dans un ordre aléatoire. Pour chaque groupe, le sujet devait désigner l'endroit où il le situait sur la ligne. Pica déplaçait alors le curseur jusqu'à ce point et cliquait dessus. Clic après clic, il a ainsi pu déterminer avec précision comment les Munduruku espacent les nombres de 1 à 10.

Les adultes américains qu'on a soumis au même test ont disposé ces nombres à intervalles réguliers. Ce faisant, ils reproduisaient la ligne des nombres qu'on apprend à l'école, où les chiffres

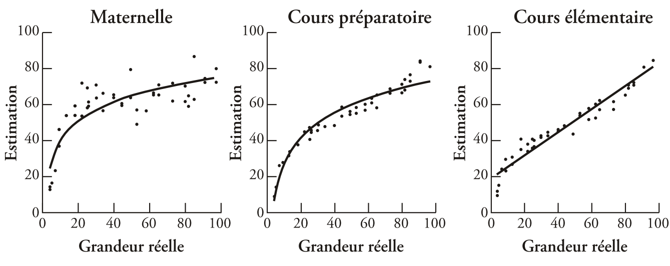


adjacents sont à égale distance les uns des autres, comme sur une règle. Mais la réponse des Munduruku a été tout autre. Pour eux, l'intervalle entre les nombres est grand au départ, et de plus en plus petit à mesure qu'ils croissent. La distance entre les marques correspondant à un et deux points, par exemple, est bien plus grande que celle qui sépare sept et huit points, ou huit et neuf points, comme le montrent clairement les graphiques suivants :



Le résultat est frappant. L'idée que les nombres sont espacés de façon régulière passe généralement pour évidente. C'est ce qu'on nous enseigne à l'école, et nous l'admettons sans peine. C'est le fondement de tout mesurage, de toute science. Pourtant ce n'est pas ainsi que les Munduruku voient le monde. Dépourvus d'un vocabulaire propre au comptage et de termes désignant les nombres, ils visualisent très différemment les grandeurs.

Quand les nombres sont également répartis sur une règle, on parle d'échelle *linéaire*. Quand les nombres se rapprochent à mesure qu'ils croissent, on parle d'échelle *logarithmique*[1]. Il se trouve que l'approche logarithmique n'est pas exclusive aux indigènes d'Amazonie. C'est avec cette perception des nombres que nous naissons tous. En 2004, Robert Siegler et Julie Booth, de l'université Carnegie Mellon, en Pennsylvanie, ont soumis un équivalent du test de la ligne des nombres à trois groupes d'enfants de maternelle (5,8 ans de moyenne), de cours préparatoire (6,9 ans) et de cours élémentaire (7,8 ans). Leurs réponses ont montré de façon très précise à quel point l'habitude du comptage forge notre intuition. L'élève de maternelle, qui n'a pas encore reçu d'éducation mathématique formelle, élabore les nombres de façon logarithmique. Dès la première année de scolarisation, quand l'enfant découvre les mots et les symboles numéraux, la courbe se redresse. Et à la deuxième année, les nombres apparaissent enfin équitablement répartis sur la ligne.



Pourquoi les indigènes d'Amazonie et les enfants pensent-ils que les grands nombres sont plus proches entre eux que les petits ? L'explication est simple. Lors des expériences, on présentait au sujet un ensemble de points qu'on lui demandait de situer sur une ligne marquée à sa gauche d'un seul point et à sa droite de dix (ou, dans le cas des enfants, de cent). Mettons-nous à la place d'un

1. En fait, pour que l'échelle soit logarithmique, il faut que le rapprochement des nombres se fasse d'une façon précise. Pour en savoir plus, voir p. 211 et suivantes.

Munduruku à qui l'on présente l'image de cinq points. En l'examinant de près, il va constater que cinq points, c'est *cinq fois plus grand* qu'un seul, mais que dix points, c'est seulement *deux fois plus grand* que cinq. Il semble que les Munduruku, comme les enfants, décident de la position des nombres en évaluant les rapports entre quantités. Si l'on se fie aux proportions, il est logique que la distance entre 5 et 1 soit beaucoup plus grande qu'entre 10 et 5. Et quand on juge des quantités à partir de leurs rapports, cela donne toujours une échelle logarithmique.

Pica est convaincu que l'évaluation approximative des quantités à travers les proportions est une intuition humaine universelle. En fait, les humains qui ne connaissent pas les nombres – comme les indigènes d'Amazonie et les enfants en bas âge – n'ont pas la possibilité de voir le monde autrement. Par opposition, comprendre les quantités en termes de nombres exacts n'est pas une intuition universelle ; c'est un produit de la culture. Cette préexistence de l'approximation et des proportions par rapport aux nombres exacts, suggère Pica, serait due au fait que les proportions sont, dans le monde sauvage, beaucoup plus précieuses à la survie que la capacité de dénombrer. Face à un groupe d'ennemis brandissant leurs lances, l'essentiel était de savoir dans l'instant s'ils étaient plus nombreux. Devant deux arbres, il fallait savoir immédiatement lequel portait davantage de fruits. Dans un cas comme dans l'autre, l'énumération exacte des ennemis ou des fruits n'avait aucune utilité. Ce qui était crucial, c'était de se livrer à une estimation rapide des quantités pertinentes et de les comparer, autrement dit de faire des approximations et de juger de leur proportion.

L'échelle logarithmique est aussi le reflet fidèle de notre perception des distances, ce qui explique peut-être son aspect particulièrement intuitif. Elle tient compte de la perspective. Quand on voit un arbre à cent mètres et un second cent mètres plus loin, la deuxième tranche de cent mètres apparaît plus courte. Pour un Munduruku, l'idée que toute tranche de cent mètres représente une distance égale est une distorsion de sa perception de l'environnement.

Les nombres exacts nous fournissent un cadre linéaire qui contredit notre intuition logarithmique. En fait, dans la plupart des situations, notre grande dextérité avec les nombres exacts suppose le court-circuitage de notre intuition logarithmique. Mais elle ne l'élimine pas totalement pour autant. Les perceptions linéaire et logarithmique des quantités coexistent en nous. Notre notion du passage du temps, par exemple, est plutôt logarithmique. Nous ressentons généralement que le temps passe plus vite à mesure que nous vieillissons. Mais cela fonctionne aussi dans l'autre sens : hier nous apparaît nettement plus long que toute la semaine dernière. Notre profond instinct logarithmique refait très clairement surface quand il s'agit d'envisager de très grands nombres. Nous percevons tous la différence entre 1 et 10, par exemple. Il y a peu de chances que nous confondions une chope de bière et dix chopes de bière. Mais que dire de la différence entre un milliard de litres d'eau et dix milliards de litres d'eau ? L'écart qui les sépare a beau être énorme, ces deux volumes nous paraissent relativement semblables – ce sont de très grandes quantités d'eau. De même, on emploie les termes millionnaire et milliardaire comme de quasi-synonymes – comme s'il n'y avait pas vraiment de différence entre être très riche et être très, très riche. Le milliardaire est pourtant mille fois plus riche que le millionnaire. Plus les nombres sont élevés, plus ils nous paraissent proches entre eux.

Le fait que Pica ait momentanément perdu l'usage des nombres après seulement quelques mois passés dans la jungle indique que l'entendement linéaire n'est pas aussi profondément implanté en nous que le logarithmique. Notre perception des nombres est étonnamment fragile, au point qu'il suffit de ne pas s'en servir quelque temps pour perdre l'aptitude à manier les nombres exacts et s'en remettre à l'évaluation intuitive des quantités par l'approximation et la comparaison.

Selon Pica, les travaux menés par lui et par d'autres sur notre intuition des nombres devraient être lourds de conséquences pour l'enseignement des mathématiques – aussi bien en Amazonie que dans les pays occidentaux. La connaissance du fil numéral linéaire est nécessaire pour fonctionner dans les sociétés modernes – elle est au fondement du mesurage et permet le calcul. Mais peut-être avons-nous été trop loin dans la répression de notre intuition logarithmique. Peut-être même, dit Pica, doit-on y voir ce qui rend pour beaucoup les mathématiques si impénétrables. Ne faudrait-il pas s'attacher à considérer les proportions plutôt qu'à manipuler des nombres exacts ? De même, est-il vraiment opportun d'apprendre aux Munduruku à compter comme nous, dans la mesure où cela risque de les priver des intuitions ou des connaissances mathématiques indispensables à leur survie ?

Dans le passé, les scientifiques qui se sont intéressés aux aptitudes mathématiques de ceux qui ne possèdent ni mots ni symboles pour les nombres se sont penchés sur les animaux. Parmi les plus célèbres de ces sujets de recherche, il y a un étalon trotteur nommé Hans le Malin. Au début des années 1900, on se bousculait dans une arrière-cour berlinoise pour voir le propriétaire, Wilhelm von Osten, professeur de mathématiques à la retraite, soumettre à son cheval des opérations d'arithmétique. Hans donnait le résultat en frappant le sol de son sabot. Son répertoire comportait l'addition et la soustraction, mais aussi les fractions, les racines carrées et la factorisation. Devant la fascination du public, et le soupçon que l'intelligence alléguée du cheval était due à quelque trucage, un comité d'éminents scientifiques a décidé d'évaluer ses aptitudes réelles. Ils sont arrivés à la conclusion que, *jawohl !* Hans était bel et bien capable de calcul.

Il aura fallu un psychologue moins éminent mais plus rigoureux pour démystifier cet Einstein chevalin. Oscar Pfungst s'est en effet aperçu que Hans réagissait en vérité à des signes qu'il repérait dans l'attitude physique de von Osten. Il se mettait à frapper le sol du sabot et ne s'arrêtait que lorsqu'il sentait une montée ou une libération de tension dans le visage de von Osten, indiquant qu'il tenait la réponse. Il était devenu sensible à la moindre indication visuelle – l'inclinaison de la tête, le haussement du sourcil et même la dilatation des narines. Von Osten n'avait même pas conscience d'émettre ces signaux. Hans était incontestablement très malin pour lire les gens, mais ce n'était pas un arithméticien.

Le siècle dernier a vu bien d'autres tentatives d'enseigner le calcul aux animaux, et pas toujours à des fins de numéro de cirque. En 1943, le scientifique allemand Otto Koehler a entraîné Jakob, son corbeau apprivoisé, à choisir un pot dont le couvercle comportait un nombre spécifique de points parmi d'autres dont le couvercle en comportait un nombre différent. L'oiseau exécutait correctement l'exercice tant que le nombre de points sur chaque couvercle se situait entre un et sept. Récemment, l'intelligence aviaire a atteint des sommets plus impressionnants encore. Irene Pepperberg, de l'université Harvard, a enseigné les chiffres de 1 à 6 à un perroquet gris africain nommé Alex. Face à un assortiment de cubes colorés, par exemple, le volatile pouvait dire combien étaient bleus en prononçant le chiffre en anglais. La notoriété d'Alex parmi les scientifiques et les amateurs d'oiseaux était telle qu'au moment de sa mort, survenue en 2007 de façon inattendue, *The Economist* lui a consacré une notice nécrologique.

Hans le Malin nous a enseigné qu'en matière d'éducation d'animaux, il faut veiller de très près à supprimer toute possibilité d'indication humaine involontaire. Pour Ai, une femelle chimpanzé arrivée au Japon d'Afrique occidentale à la fin des années 1970, on a procédé en la faisant travailler sur un ordinateur à écran tactile.

Ai est aujourd'hui âgée de trente et un ans, elle vit à l'Institut de recherche sur les primates d'Inuyama, une petite ville touristique du centre du Japon. Son front est grand et dégarni, le poil de son menton est blanc, et elle a les yeux sombres et caverneux des singes d'âge moyen. Là-bas, personne ne l'appelle jamais « le sujet d'étude », mais « l'étudiante ». Chaque jour, Ai se rend au cours où des exercices lui sont confiés. Elle arrive à 9 heures précises, après une nuit passée en plein air avec d'autres singes sur un immense assemblage de bois, de métal et de corde en forme d'arbre. Le jour de ma visite, elle était assise devant un ordinateur, la tête à proximité de l'écran sur lequel elle tapotait dès qu'apparaissaient des séries de chiffres. Quand elle réussissait l'exercice, un tuyau à sa droite lâchait un cube de pomme de huit millimètres, dont elle s'emparait immédiatement pour aussitôt l'engloutir. Par l'indolence de son regard, sa façon de pianoter nonchalamment sur une machine émettant sons et lumières, et la banalité des récompenses répétées, elle me faisait penser à une vieille dame devant une machine à sous.

À l'enfance, Ai a accédé au statut de grand singe, dans les deux sens du terme, en devenant le premier non-humain à compter en chiffres arabes (les symboles 1, 2, 3 et ainsi de suite qu'on emploie dans la quasi-totalité des pays, sauf, tournure ironique du destin, dans certaines régions du monde arabe). Pour en arriver là, il a fallu que Tetsuro Matsuzawa, directeur de l'Institut de recherche sur les primates, lui enseigne les deux notions qui constituent la compréhension humaine du nombre : la quantité et l'ordre.

Les nombres expriment une quantité, mais aussi une position, des concepts liés, mais distincts. Quand je parle de « cinq carottes », par exemple, je veux dire que le nombre de carottes que comporte le groupe est cinq. Pour désigner cet aspect des nombres, les mathématiciens parlent de « cardinalité ». En revanche, quand je compte de 1 jusqu'à 20, j'exploite une propriété des nombres qui se révèle fort commode : on peut les classer dans un ordre successif. Je ne fais pas référence à vingt objets, je récite simplement une suite. Cet aspect-là, les mathématiciens l'appellent « ordinalité ». Cardinalité et ordinalité nous sont enseignées à l'école, et nous évoluons de l'une à l'autre sans effort. Mais pour le chimpanzé, leur interconnexion ne va pas de soi.

Matsuzawa a commencé par apprendre à Ai qu'un crayon rouge correspond au symbole « 1 », et deux crayons rouges au symbole « 2 ». Après 1 et 2, elle a appris 3, puis tous les autres chiffres jusqu'à 9. Quand on lui montrait le chiffre 5, elle désignait un carré contenant cinq objets, et quand on lui montrait un carré comportant cinq objets, elle posait le doigt sur le chiffre 5. Son instruction s'est faite par la récompense : à chaque exercice correctement exécuté sur l'ordinateur, le tuyau lui dispensait de la nourriture.

Quand Ai a fini par bien maîtriser la cardinalité des chiffres entre 1 et 9, Matsuzawa a introduit des exercices visant à lui en montrer l'ordre. Des chiffres apparaissaient à l'écran et Ai devait appuyer dessus dans l'ordre croissant. S'il s'agissait d'un 4 et d'un 2, elle devait presser 2 puis 4 pour recevoir son cube de pomme. Elle n'a pas mis longtemps à l'assimiler. Dans ses exercices, Ai en est venue à afficher une telle maîtrise de la cardinalité et de l'ordinalité que Matsuzawa a pu dire sans exagérer que son élève avait appris à compter. Elle est ainsi devenue une idole nationale au Japon et l'icône de son espèce dans le monde.

Matsuzawa a alors introduit la notion de 0, dont Ai n'a eu aucun mal à saisir la cardinalité. Dès qu'apparaissait à l'écran un carré sans rien dedans, elle pressait sur le symbole correspondant. Restait à savoir si elle était capable d'en déduire l'ordinalité du 0. Matsuzawa lui a montré une série d'écrans comportant deux chiffres, comme lorsqu'elle apprenait l'ordinalité des chiffres de 1 à 9, sauf que cette fois, de temps en temps, le 0 en était. Où donc le placerait-elle dans la suite des nombres ?

La première fois, Ai l'a situé entre 6 et 7, ce que Matsuzawa a déduit en considérant après quels chiffres et avant quels autres elle pensait qu'il se trouvait. Au fil des séances suivantes, Ai a placé le 0 au-dessous de 6, puis de 5, de 4, et après quelques centaines d'essais, aux alentours de 1. Cela étant, elle n'a pas vraiment fini d'éclaircir si 0 est supérieur ou inférieur à 1. Ai avait incontestablement appris à manier les chiffres à la perfection, mais elle ne possédait pas la profondeur de la perception humaine des nombres.

Ce qu'elle n'a pas manqué d'acquérir au fil du temps, toutefois, c'est le sens du spectacle. Elle est devenue une vraie professionnelle, qui accomplit aujourd'hui ses exercices informatiques plutôt mieux lorsque des visiteurs sont présents, notamment lorsqu'il s'agit d'équipes de tournage.

L'étude de la maîtrise des nombres chez l'animal constitue un champ de recherche très actif. L'expérience a révélé une aptitude inattendue à la « discrimination quantitative » chez des animaux aussi divers que la salamandre, le rat et le dauphin. Le cheval demeure peut-être incapable d'extraire des racines carrées, mais les chercheurs estiment aujourd'hui que les aptitudes numérales des animaux sont bien plus élaborées qu'on le croyait. Il semble bien que toute créature vivante naisse avec un cerveau prédisposé pour les mathématiques.

À bien y réfléchir, nous parlons là d'une aptitude déterminante pour la survie dans la nature. Le chimpanzé qui, d'un coup d'œil jeté sur un arbre, est capable de quantifier les fruits mûrs qu'il aura pour déjeuner court moins le risque de subir la faim. Karen McComb, de l'université du Sussex, a observé une troupe de lions du Serengeti dans l'espoir de prouver que le roi des animaux use d'un certain sens du nombre pour décider de s'attaquer ou non à ses congénères. Lors d'une expérience, une lionne solitaire revenait vers sa troupe au coucher du soleil, et McComb avait dissimulé dans les fourrés un haut-parleur qui diffusait l'enregistrement d'un seul rugissement. La lionne l'a entendu, mais elle a poursuivi son chemin vers sa troupe. Un autre jour, cinq lionnes se trouvaient ensemble quand McComb a diffusé sur son haut-parleur camouflé l'enregistrement des rugissements de trois lionnes. Quand elles l'ont entendu, les cinq lionnes ont regardé vers l'endroit d'où provenait le son. L'une d'elles s'est mise à rugir et toutes se sont aussitôt ruées à l'attaque en direction des fourrés.

McComb en a conclu que les lionnes avaient procédé dans leur tête à la comparaison des quantités. À un contre un, l'attaque comportait trop de risques, mais à cinq contre trois, rien ne s'y opposait.

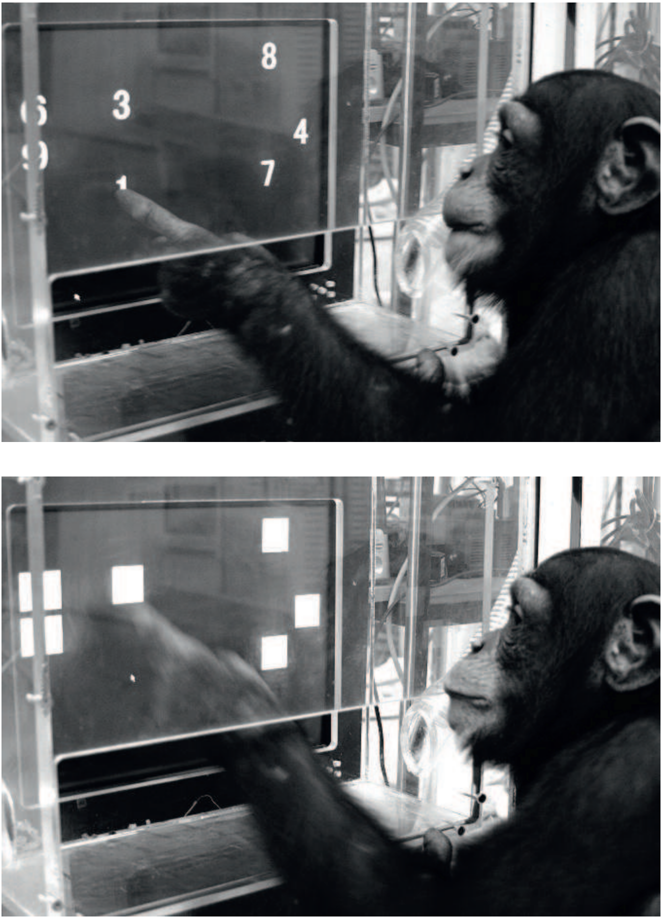
La recherche sur les animaux et les nombres n'est pas toujours faite d'activités aussi glamour que dormir à la belle étoile dans la plaine du Serengeti ou nouer du lien avec la star des chimpanzés. À l'université d'Ulm, des chercheurs ont déposé des fourmis du

Sahara à l'entrée d'un tunnel, au fond duquel ils les ont envoyées creuser en quête de nourriture. Mais une fois à destination, certaines fourmis ont subi une amputation de l'extrémité des pattes, et les autres ont reçu des espèces d'échasses en soie de porc. (Ce n'est pas aussi cruel qu'il y paraît : les pattes des fourmis du désert sont régulièrement calcinées par le soleil saharien.) Celles qui avaient les pattes raccourcies ont sous-évalué le trajet de retour, et les autres l'ont surévalué, ce qui prête à penser qu'au lieu d'utiliser leurs yeux, les fourmis jugent des distances au moyen d'un podomètre interne. La capacité notoire des fourmis à toujours retrouver le chemin du retour après des heures est peut-être due à une grande aptitude à compter leurs pas.

La recherche sur les talents numéraux des animaux a parfois pris un tour inattendu. L'habileté mathématique du chimpanzé est sans doute limitée mais, en se penchant précisément sur cette limite, Matsuzawa a découvert que le singe possède d'autres facultés cognitives sensiblement supérieures aux nôtres.

En 2000, Ai a donné naissance à un fils, Ayumu. Le jour de ma visite à l'Institut de recherche sur les primates, il était en classe, juste à côté de sa mère. Il est plus petit qu'elle, la peau de son visage et de ses mains est plus rose et son poil plus noir. Ayumu se tenait devant son propre ordinateur, dont il tapotait l'écran à mesure que s'affichaient les chiffres, et avalait goulûment chaque cube de pomme qu'il recevait. C'est un garçon débordant de confiance en lui, qui se montre à la hauteur de son statut privilégié d'héritier de la femelle dominante du groupe.

Nul n'a jamais enseigné à Ayumu l'usage de l'écran tactile, mais quand il était bébé, il a quotidiennement assisté aux cours avec sa mère. Un jour, Matsuzawa s'est borné à entrouvrir la porte de la salle de classe, juste assez pour laisser passer Ayumu mais pas Ai. Le petit s'est dirigé tout droit vers l'écran d'ordinateur, sous les regards avides de l'équipe de chercheurs, curieuse de découvrir ce qu'il avait appris. Il a pressé l'écran pour lancer la séquence, et les chiffres 1 et 2 sont apparus. C'était un simple exercice de classement dans l'ordre. Ayumu a pointé le 2. Faux. Il a recommencé. Faux encore. Puis il a appuyé sur 1 et 2 à la fois. Toujours faux. Il a fini par trouver : quand il a pressé 1 puis 2, un cube de pomme lui est tombé dans la main. Il n'a pas fallu long-



Dans cet exercice, Ayumu voit apparaître les chiffres de 1 à 7, qui se transforment ensuite en carrés blancs. Sa mission consiste à retenir la position des chiffres et à appuyer sur les carrés dans l’ordre pour obtenir sa récompense.

temps pour qu'Ayumu devienne plus performant que sa mère à tous les exercices sur ordinateur.

Il y a environ deux ans, Matsuzawa a introduit un nouveau type d'exercice. Dès qu'on lançait la séquence, les chiffres de 1 à 5 apparaissaient ensemble à l'écran, disposés de façon aléatoire. Après 0,65 seconde, ces chiffres se transformaient en petits carrés blancs. La tâche consistait alors à se rappeler quel chiffre correspondait à chacun et à pointer les carrés dans l'ordre.

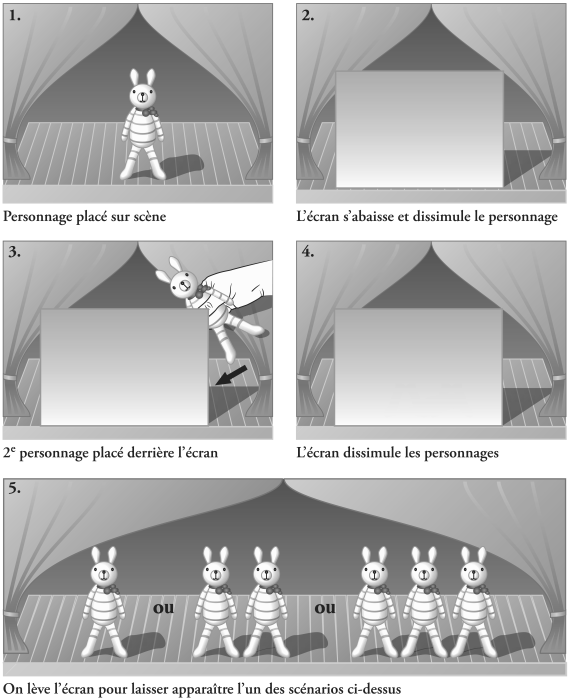
Le taux de réussite d'Ayumu à cet exercice était d'environ 80 %, soit à peu près autant qu'un échantillon témoin d'enfants japonais. Matsuzawa a alors abaissé le temps d'apparition des chiffres à 0,43 seconde, et si Ayumu n'a quasiment pas remarqué de différence, le résultat des enfants a sensiblement chuté, jusqu'à 60 % de réussite. Quand Matsuzawa a de nouveau réduit le temps d'apparition – à 0,21 seconde, cette fois – Ayumu est resté à 80 %, mais les enfants sont tombés à 40 %.

Cette expérience a révélé qu'Ayumu possédait une mémoire photographique extraordinaire, tout comme les autres chimpanzés d'Inuyama, toutefois un peu moins doués que lui. Lors d'exercices ultérieurs, Matsuzawa a augmenté le nombre de chiffres, et Ayumu est aujourd'hui capable de retenir la disposition de huit chiffres apparus pendant seulement 0,21 seconde. Le chercheur a encore réduit la durée d'apparition, et Ayumu retient l'emplacement de cinq chiffres visibles pendant à peine 0,09 seconde – pas même le temps pour l'homme de lire les chiffres. Ne parlons pas de les retenir… Ce talent époustouflant pour la mémorisation instantanée pourrait bien être lié au caractère vital de la prise de décision immédiate dans la vie sauvage, en fonction du nombre d'ennemis en présence par exemple.

L'étude des limites des facultés animales avec les nombres mène naturellement à la question des aptitudes qui, chez l'homme, sont innées. Afin d'observer des esprits aussi peu contaminés que possible par le savoir acquis, les scientifiques se sont penchés sur les plus jeunes des sujets, si bien qu'on voit communément aujourd'hui des bébés de quelques mois subir des tests d'aptitude aux mathématiques. Étant donné qu'on ne possède à cet âge ni la parole ni la maîtrise de ses membres, c'est au mouvement des yeux qu'est évaluée la performance mathématique, selon la théorie qu'ils regarderont plus longtemps les images qui leur sembleront intéressantes. En 1980, Prentice Starkey, de l'université de Pennsylvanie, a montré à des bébés de seize à trente semaines un écran comportant deux points, puis un autre comportant encore deux points. Les bébés regardaient l'écran pendant 1,9 seconde en moyenne. Mais quand Starkey a renouvelé l'expérience en montrant cette fois un écran à trois points après celui à deux points, ils l'ont contemplé pendant 2,5 secondes : près d'un tiers de plus. Starkey a avancé que cette augmentation signifiait que les bébés avaient remarqué une différence entre deux et trois points, ce qui témoignait d'une compréhension rudimentaire des nombres. La méthode consistant à juger de la cognition des nombres à travers la durée de l'attention est aujourd'hui largement employée. Elizabeth Spelke, d'Harvard, a montré en 2000 qu'un bébé de six mois fait la différence entre huit et seize points, et en 2005 qu'il distingue entre seize et trente-deux points.

Une expérience similaire a révélé que les bébés possèdent des notions d'arithmétique. En 1992, Karen Wynn, de l'université d'Arizona, a placé un bambin de cinq mois devant un petit théâtre. Un adulte a déposé une marionnette de Mickey sur la scène, et il a installé un écran pour la dissimuler. Puis il a ajouté un deuxième Mickey avant de lever l'écran, laissant apparaître les deux marionnettes. Wynn a ensuite renouvelé l'expérience, mais en faisant cette fois apparaître un nombre erroné de marionnettes : soit une seule, soit trois. À ce moment, le bébé a regardé plus longuement que lorsqu'il y en avait deux, manifestant sa surprise quand l'arithmétique était fausse. Selon Wynn, les bébés comprennent qu'une marionnette plus une marionnette égale deux marionnettes.

L'expérience de la marionnette de Mickey a ensuite été reproduite avec les personnages de l'émission de télévision *1, rue Sésame* : Elmo et Ernie. D'abord, on installait Elmo sur scène. L'écran s'abaissait et l'on plaçait derrière un second Elmo. Puis on retirait l'écran. Parfois, deux Elmo apparaissaient, parfois c'était Elmo et Ernie, ou encore un seul Elmo ou un seul Ernie. Les bébés ont regardé plus longuement lorsque n'apparaissait qu'une seule marionnette que lorsqu'il en apparaissait deux, mais *pas les bonnes*. Autrement dit, l'impossibilité arithmétique de $1 + 1 = 1$ était nettement plus perturbante que la métamorphose d'Elmo en Ernie. Chez les bébés, la connaissance des lois mathématiques paraît mieux ancrée que celle des lois physiques.



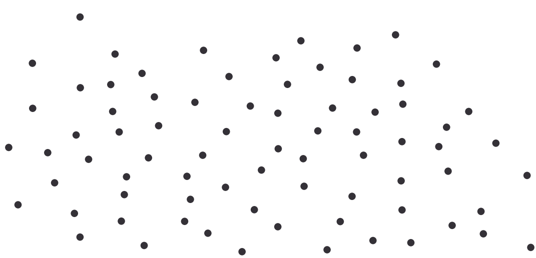
Dans l'expérience de Karen Wynn, on a testé l'aptitude des bébés à distinguer le bon nombre de marionnettes derrière un écran.

Le psychologue suisse Jean Piaget (1896-1980), convaincu que les bébés élaborent leur sens des nombres avec lenteur, à travers l'expérience, a soutenu qu'il n'y avait aucun intérêt à enseigner l'arithmétique avant l'âge de six ou sept ans. Cette idée a influencé des générations d'éducateurs, qui ont souvent préféré faire jouer les élèves de maternelle avec des cubes plutôt que de leur apprendre formellement les mathématiques. Les idées de Piaget sont désormais jugées dépassées, et l'on familiarise aujourd'hui les enfants avec les nombres arabes et le calcul dès la première année de maternelle.

C'est aussi par des exercices à base d'ensembles de points qu'on étudie la cognition numérale chez l'adulte. Le plus classique consiste à montrer au sujet des points sur un écran et à lui demander combien il en voit. Lorsqu'il y en a un, deux ou trois, la réponse est quasi instantanée. Dès qu'il y en a quatre, elle est sensiblement plus lente, et plus encore avec cinq.

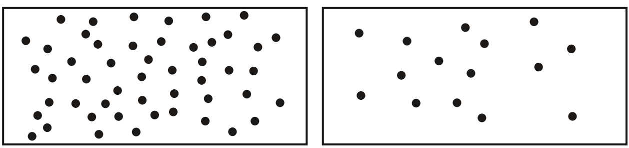
Et alors ? direz-vous. Eh bien cela explique probablement que dans diverses cultures les symboles pour 1, 2 et 3 aient été un, deux et trois traits, mais que celui représentant 4 ne soit *pas* quatre traits. En présence de trois traits ou moins, on reconnaît directement le nombre, mais dès qu'il y en a quatre, il faut que le cerveau travaille, si bien qu'un symbole différent est nécessaire. Les caractères chinois représentant les chiffres de 1 à 4 sont 一, 二, 三 et 四. Ceux de l'Inde antique étaient —, =, ≡ et +. (Il suffit de relier les traits pour voir comment cela a pu aboutir à nos 1, 2, 3 et 4 modernes.)

En fait, le débat reste ouvert sur la question de savoir si nous sommes instantanément capables de reconnaître trois ou quatre traits. Pour écrire le chiffre 4, les Romains avaient le choix entre IIII et IV. Le IV est beaucoup plus facilement identifiable, mais les cadrans solaires – peut-être par souci d'esthétique – affichaient généralement le IIII. En tout cas, le nombre de traits, de points ou de tigres à dents de sabre que nous pouvons dénombrer rapidement, en confiance et sans erreur, n'est pas supérieur à 4. Si nous sommes dotés d'une perception *exacte* de 1, 2 et 3, au-delà de 4, cette exactitude s'estompe et notre jugement du nombre devient *approximatif*. Essayez donc, par exemple, de deviner rapidement combien de points comporte l'illustration suivante.

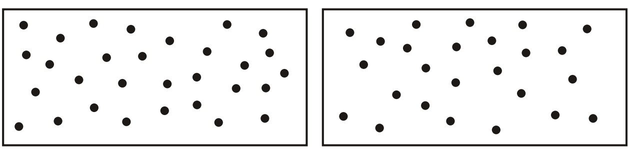


C'est impossible. (À moins que vous ne soyez un autiste surdoué, comme le personnage interprété par Dustin Hoffman dans *Rain Man*, qui, après une fraction de seconde, aurait marmonné « soixante-quinze ».) La seule stratégie dont nous disposons est l'estimation, qui nous laisse quand même loin du compte.

Les chercheurs ont évalué l'étendue de notre intuition des quantités en demandant à des volontaires de désigner l'ensemble le plus fourni parmi des images figurant différentes quantités de points ; il se trouve que notre aptitude à reconnaître les points suit des schémas réguliers. Il est plus facile, par exemple, de percevoir la différence entre un ensemble de quatre-vingts points et un autre de cent points qu'entre des ensembles de quatre-vingt-un et quatre-vingt-deux points. De même, on distingue plus facilement entre vingt et quarante points qu'entre quatre-vingts et cent. Dans A comme dans B, ci-après, l'ensemble de gauche est plus grand que celui de droite, mais le temps que nous mettons à traiter l'information est sensiblement plus long dans l'exemple B.



Exemple A



Exemple B

Les chercheurs ont eu la surprise de constater à quel point notre capacité de comparaison obéit à certaines lois mathématiques, comme le principe multiplicatif. Dans *La Bosse des maths*, le psychologue cognitif français Stanislas Dehaene prend l'exemple d'un individu capable de distinguer entre dix et treize points avec 90 % d'exactitude. Si l'on porte le premier ensemble à vingt points, combien faudra-t-il en mettre dans le second pour que le même individu atteigne la même exactitude de 90 % dans son discernement ? La réponse est vingt-six, soit *exactement le double* du nombre de points que comportait le second ensemble à l'origine.

Les animaux aussi sont capables de comparer des ensembles de points. Si les résultats qu'ils obtiennent ne sont pas à la hauteur des nôtres, leur aptitude semble régie par les mêmes lois mathématiques, ce qui est assez remarquable. Le système de comptage des humains est unique par son degré d'élaboration. Notre vie est peuplée de nombres. Pourtant, malgré tout ce talent mathématique, quand il s'agit d'en percevoir et d'en estimer de grands, notre cerveau procède exactement de la même manière que celui de nos amis à poil et à plume.

Les intuitions de l'homme concernant les quantités ont abouti, au terme de millions d'années, à la création des nombres. Il est impossible de savoir exactement comment cela s'est produit, mais on peut raisonnablement supposer que c'est venu de notre désir de tenir le compte des choses – des lunes, des montagnes, des prédateurs ou des battements de tambour. Nous avons peut-être d'abord utilisé des symboles visuels, comme nos doigts, ou des encoches sur un bâton, en correspondance directe avec l'objet considéré – deux doigts ou deux encoches pour deux mammouths, trois doigts ou trois encoches pour trois mammouths et ainsi de suite. Plus tard, éventuellement, avons-nous trouvé des mots pour exprimer la notion de « deux doigts » ou « trois encoches ».

À mesure que nous avons voulu tenir le compte d'objets de plus en plus nombreux, le vocabulaire et la syntaxe des nombres se sont développés – à une allure croissante jusqu'à nos jours –, au point que nous disposons désormais d'un système très complet de nombres exacts nous permettant de compter aussi loin que nous le souhaitons. Notre aptitude à exprimer des nombres avec précision, de dire par exemple qu'il y a exactement soixante-quinze points dans la première illustration de la page précédente, cohabite avec celle, fondamentale, à comprendre ces quantités de façon approximative. Selon les circonstances, nous choisissons l'approche à employer : au supermarché, notamment, en regardant l'étiquette du prix, nous utilisons notre connaissance des nombres exacts. Mais une fois devant les caisses, quand il s'agit de choisir la file la plus courte, nous usons de notre sens instinctif de l'approximation. Nous ne comptons pas le nombre d'individus formant chaque queue. Nous les parcourons toutes du regard et choisissons celle qui nous paraît moins fournie.

En vérité, nous faisons constamment usage de notre approche imprécise des nombres, même quand nous employons une terminologie précise. Demandez donc à n'importe qui le temps qu'il met à se rendre au travail, et, le plus souvent, la réponse sera du genre « trente-cinq, quarante minutes ». À vrai dire, j'ai remarqué que je suis moi-même incapable de donner une réponse unique à une question supposant des quantités. Combien y avait-il de personnes à la fête ? « Vingt, trente… » Combien de temps es-tu resté ? « Trois heures et demie, quatre heures… » Combien de verres as-tu bus ? « Quatre, cinq… *dix*… » J'y ai toujours vu un signe d'indécision. Je n'en suis plus si sûr. Je préfère désormais me dire que je sollicite mon sens intérieur du nombre, une propension animale, intuitive, à manier l'approximation.

Le sens de l'approximation étant indispensable à la survie, on pourrait croire que tous les humains le possèdent en quantité égale. Dans un article de 2008, les psychologues de l'université Johns Hopkins et du Kennedy Krieger Institute se sont posé la question en étudiant un groupe d'adolescents de quatorze ans. Sur un écran, on a montré aux sujets un certain nombre de points jaunes et bleus pendant 0,2 seconde, avant de simplement leur demander s'il y avait davantage de jaunes ou de bleus. Les résultats ont sidéré les chercheurs, parce qu'ils laissaient apparaître une variabilité étonnamment ample des taux de réussite. Certains n'ont eu aucune peine à distinguer entre neuf points bleus et dix jaunes quand d'autres ont affiché des aptitudes comparables à celles des bébés – se montrant à peine capables de dire si cinq points jaunes étaient plus nombreux que trois bleus.

Un fait plus surprenant encore est apparu quand on a comparé les résultats de ces élèves aux notes qu'ils avaient obtenues en mathématiques depuis l'école primaire. Jusqu'alors les chercheurs avaient pensé que l'aptitude intuitive à distinguer les quantités était sans grand rapport avec celle à résoudre des équations ou à dessiner des triangles. Cette expérience a pourtant révélé une forte corrélation entre la capacité d'estimation et la réussite dans les mathématiques formelles. Il semble bien que plus on possède le sens de l'approximation, plus on a de chances d'être bon en maths, ce qui pourrait avoir de profondes conséquences sur l'enseignement des mathématiques. Si le flair estimatif facilite la compréhension mathématique, peut-être faudrait-il pendant les cours qu'il soit un peu moins question d'apprendre par cœur des tables de multiplication et un peu plus de développer la capacité à comparer des ensembles de points.

* * *

Stanislas Dehaene est peut-être le plus éminent chercheur de ce champ interdisciplinaire que constitue la cognition numérale. Mathématicien de formation, il est aujourd'hui chercheur en neurobiologie, professeur au Collège de France et codirecteur de Neurospin, un institut de recherche de pointe des environs de Paris. Peu après la parution de *La Bosse des maths*, en 1997, il déjeunait à la cantine de la Cité des sciences, à Paris, avec la psychologue du développement Elizabeth Spelke, d'Harvard, quand le hasard a placé Pierre Pica à leur table. Pica a évoqué les expériences qu'il conduisait avec les Munduruku et, après des discussions passionnées, tous trois ont décidé de travailler ensemble. La possibilité d'étudier une communauté ne sachant pas compter était une occasion magnifique d'entamer de nouvelles recherches.

Dehaene a conçu des expériences que Pica allait se charger de réaliser en Amazonie, et notamment une, fort simple, visant à découvrir ce que les Munduruku entendaient exactement par les mots par lesquels ils désignaient les chiffres. De retour dans la forêt tropicale, Pica a rassemblé un groupe de volontaires auxquels il a montré à l'écran un nombre variable de points, et leur a demandé de dire tout haut combien ils en voyaient.

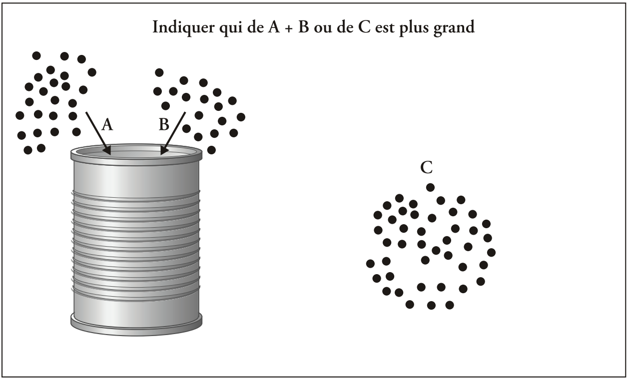
Les chiffres des Munduruku sont :

un	*pũg*
deux	*xep xep*
trois	*ebapug*
quatre	*ebadipdip*
cinq	*pũg pogbi*

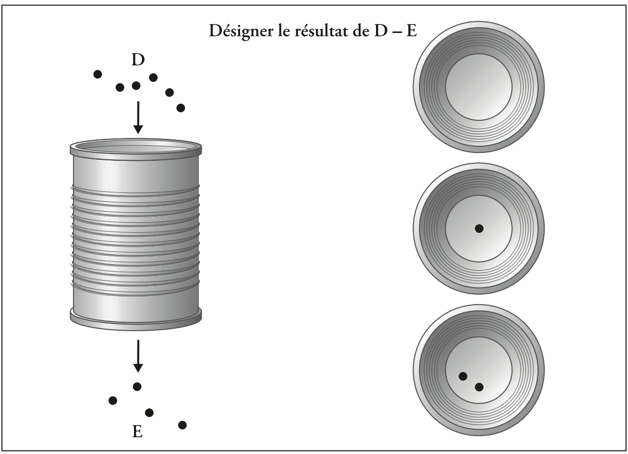
Quand un point apparaissait à l'écran, les Munduruku disaient *pũg*. Quand il y en avait deux, ils disaient *xep xep*. Au-delà de deux, toutefois, ils se montraient moins précis. Face à trois points, *ebapug* ne s'est fait entendre que dans 80 % des cas. Pour quatre points, seuls 70 % ont dit *ebadipdip*. Et pour cinq, la réponse n'a été *pũg pogbi* que chez 28 % des interrogés, contre 15 % qui ont de nouveau dit *ebadipdip*. Autrement dit, à partir de 3, les termes par lesquels les Munduruku désignent les nombres ne sont que des estimations. Ils comptent « 1 », « 2 », « à peu près 3 », « à peu près 4 », « à peu près 5 ». Pica s'est même demandé si *pũg pogbi*, qui signifie littéralement « poignée », faisait vraiment référence à un nombre. Peut-être ne comptent-ils même pas jusqu'à 5 mais jusqu'à « à peu près 4 » ?

Pica a par ailleurs relevé une caractéristique intéressante des termes qui leur servent de chiffres. Il me fait remarquer que de 1 à 4, le nombre de syllabes de chacun est égal au chiffre lui-même. Cette observation l'excite au plus haut point. « C'est comme si les syllabes étaient une façon auditive de compter. » De même que les Romains comptaient I, II, III, IIII et basculaient à V à partir de 5, les Munduruku commencent par une syllabe pour 1, en ajoutent une pour 2, une troisième pour 3, et une quatrième pour 4, mais ils n'emploient pas cinq syllabes pour le 5. Malgré l'usage imprécis qu'ils font des termes désignant 3 et 4, ces derniers comportent le nombre exact de syllabes correspondantes. Et quand le nombre de syllabes cesse de correspondre, le mot ne désigne peut-être même plus vraiment un chiffre. « C'est frappant, car cela semble corroborer l'idée que l'homme serait doté d'un système numéral seulement capable de tenir le compte de quatre objets exacts à la fois », dit Pica.

Pica a aussi voulu tester l'aptitude des Munduruku à estimer les grands nombres. Dans un exercice, illustré ci-après, on a montré au sujet une animation informatique dans laquelle deux ensembles de points tombaient dans une boîte de conserve. Il fallait ensuite qu'il dise si le total des deux ensembles additionnés dans la boîte – désormais invisibles – était supérieur à un troisième ensemble de points apparaissant alors à l'écran. On cherchait par là à sonder l'aptitude des Munduruku à additionner de façon approximative. Ils y sont parvenus, aussi bien qu'un échantillon témoin d'adultes français soumis au même exercice.



Addition et comparaison approximatives



Soustraction exacte

Dans une expérience voisine, également illustrée ci-dessus, on voyait sur l'ordinateur de Pica six points tomber dans la boîte, puis quatre en ressortir. Il fallait ensuite que le sujet choisisse parmi trois réponses possibles quant au nombre de points restés dans la boîte. En d'autres termes, on lui demandait combien font 6 moins 4 ? Il s'agissait par là de vérifier si les Munduruku étaient capables de comprendre avec exactitude les nombres pour lesquels ils ne possèdent pas de nom. Ils en ont été incapables. Lorsque l'animation requérait une soustraction comportant six, sept ou huit points, la solution leur a systématiquement échappé. « Ils n'ont pas pu faire le calcul, même dans les problèmes les plus simples », commente Pica.

Ces expériences ont montré que les Munduruku excellent dans le maniement des quantités approximatives, mais qu'ils sont particulièrement malhabiles avec les nombres exacts au-delà de 5. Pica s'est émerveillé de la similarité que cela révèle entre les Munduruku et les Occidentaux : les uns comme les autres disposent d'un système exact consacré aux petits nombres et d'un autre, approximatif, pour les grands. La différence, significative, étant que les Munduruku n'ont pas procédé à l'association de ces deux systèmes indépendants pour atteindre les nombres supérieurs à 5. Pour Pica, cela répond au fait qu'il leur est peut-être plus utile de les maintenir ainsi dissociés. Il soutient, au nom de la diversité culturelle, qu'il faut tâcher de préserver le mode de comptage des Munduruku, gravement menacé par la multiplication inévitable des contacts entre indigènes et colons brésiliens.

Toutefois, le fait que certains Munduruku aient appris à compter en portugais sans acquérir pour autant les notions d'arithmétique élémentaire témoigne de la vigueur de leur propre système mathématique et de sa grande adaptation à leurs besoins. Il montre aussi toute la dimension du fossé conceptuel qu'il faut franchir pour atteindre la connaissance exacte des nombres supérieurs à 5.

Se peut-il qu'il soit nécessaire à l'homme de nommer les nombres supérieurs à 5 pour précisément les comprendre ? Selon le professeur Brian Butterworth, de l'University College de Londres, il n'en est rien. Le cerveau serait doté dès le départ d'une capacité à comprendre des chiffres exacts, qu'il appelle « module des nombres exacts ». Si l'on en croit son interprétation, l'homme saisit sans peine le nombre exact d'éléments d'une petite collection, et c'est en augmentant cette collection élément par élément qu'il assimile le comportement des plus grands nombres. Butterworth a conduit ses recherches dans la seule région, hormis l'Amazonie, où l'on trouve des populations indigènes ne possédant que très peu de mots pour désigner les nombres : l’Outback australien.

La communauté aborigène des Warlpiri vit dans les environs d’Alice Springs et n’emploie que le 1, le 2 et beaucoup ; quant aux Anindilyakwa, de Groote Eylandt, dans le golfe de Carpentarie, ils ne disent que 1, 2, 3 (qui parfois signifie 4) et beaucoup. Lors d’une expérience menée avec des enfants des deux groupes, on frappait entre un et sept coups de baguette sur un bloc de bois et l’on disposait des jetons sur une natte. Parfois, le nombre de coups correspondait à celui des jetons, parfois non. Les enfants se sont montrés parfaitement capables de dire quand ils coïncidaient et quand ils ne coïncidaient pas. Butterworth a avancé que pour trouver la bonne réponse, ces enfants produisaient une représentation mentale du nombre exact, suffisamment abstraite pour permettre aussi bien l’énumération visuelle qu’auditive. Ces enfants ne disposaient pas de mots pour les chiffres 4, 5, 6 et 7, mais ils étaient parfaitement aptes à conserver ces quantités en tête. Les mots sont utiles pour percevoir l’exactitude, en a conclu Butterworth, mais pas indispensables.

Les travaux de Butterworth – comme ceux de Stanislas Dehaene – portent par ailleurs sur une affection nommée *dyscalculie*, un genre de cécité pour les nombres, de déficience du sens numéral, dont on estime qu’il touche entre 3 et 6 % de la population. Les dyscalculiques ne « comprennent » pas les nombres comme les autres. Lequel de ces deux nombres, par exemple, est-il le plus grand ?

65 24

Facile, c’est 65. La quasi-totalité d’entre nous aura trouvé la réponse en moins d’une demi-seconde. Pour une personne atteinte de dyscalculie, il aura fallu jusqu’à trois secondes. La nature du trouble varie d’un individu à l’autre, mais tous ceux qui en souffrent éprouvent généralement de la difficulté à associer le symbole d’un chiffre, comme 5, au nombre d’objets qu’il représente. Ils ont aussi beaucoup de mal à compter. La dyscalculie ne signifie pas qu’il soit absolument impossible de compter, mais ses victimes, généralement démunies de nos intuitions élémentaires, versent dans des stratégies alternatives pour gérer les petits calculs de la vie quotidienne, en se servant davantage de leurs doigts, par exemple. Les cas les plus sévères sont à peine capables de lire l'heure.

Si vous avez bien réussi dans toutes les matières à l'école, mais n'avez jamais eu de bonnes notes en maths, c'est peut-être que vous êtes dyscalculique. (Quoique si vous avez toujours été nul en maths, vous n'êtes probablement pas en train de lire ce livre.) On estime que c'est l'une des premières causes de difficulté en calcul. Bien que la lutte contre la dyscalculie revête une véritable urgence sociale, car un adulte qui a du mal à calculer est bien plus susceptible de ne pas trouver d'emploi ou de souffrir de dépression, c'est une affection qui demeure peu connue. C'est un genre de dyslexie pour les nombres ; l'une et l'autre sont comparables en ce sens qu'elles frappent plus ou moins la même proportion de la population et n'ont aucune conséquence sur l'intelligence générale. La dyslexie est pourtant bien mieux connue que la dyscalculie, puisqu'on estime que les articles scientifiques traitant de la première sont dix fois plus nombreux que ceux traitant de la seconde. Parmi les raisons d'un tel retard dans la recherche, il y a le fait que les mauvais résultats d'un individu en maths peuvent avoir beaucoup d'*autres causes* – l'enseignement scolaire est souvent médiocre, et puis il est très facile de décrocher aussitôt qu'on a manqué un cours où des notions essentielles étaient abordées. En outre, la maladresse avec les chiffres est moins frappée de tabou social que celle à l'égard de la lecture.

Brian Butterworth est régulièrement conduit à rédiger des lettres de recommandation de patients dyscalculiques pour expliquer à leur éventuel employeur que les mauvaises notes obtenues en maths à l'école ne témoignent nullement d'une quelconque paresse ni d'un manque d'intelligence. Le dyscalculique peut se révéler brillant dans tous les domaines ne concernant pas les nombres. Il arrive même, dit Butterworth, qu'il soit très bon en maths. Diverses branches des mathématiques, comme la logique et la géométrie, requièrent davantage de raisonnement déductif ou de perception spatiale que de dextérité avec les nombres ou les équations. Il demeure toutefois que, dans leur grande majorité, les dyscalculiques ne sont pas du tout doués pour les maths.

L'essentiel des recherches menées sur la dyscalculie est de type comportementaliste, consistant par exemple à tester des dizaines de milliers d'écoliers au moyen d'exercices informatiques où, entre deux nombres, ils doivent dire lequel est le plus élevé. Une autre partie de ces recherches est d'ordre neurobiologique : on observe les images par résonance magnétique du cerveau d'individus dyscalculiques et celui d'autres qui ne le sont pas, dans l'espoir de relever des différences dans leur circuiterie. En sciences cognitives, c'est souvent en étudiant les cas de défaillance qu'on apprend beaucoup au sujet d'une faculté mentale donnée. Petit à petit l'image de ce qu'est vraiment la dyscalculie se dessine – en même temps que celle de la façon dont fonctionne le sens des nombres dans le cerveau.

En fait, c'est des neurosciences que nous parviennent actuellement certaines des découvertes les plus intéressantes dans le domaine de la cognition des nombres. On peut aujourd'hui observer jusqu'au comportement de neurones individuels dans le cerveau d'un singe au moment où il pense à un nombre précis de points.

Andreas Nieder, de l'université de Tübingen, dans le sud de l'Allemagne, a entraîné des macaques rhésus à penser à un nombre, en leur montrant un ensemble de points sur un ordinateur, puis, après un intervalle d'une seconde, un autre ensemble de points. Les singes ont appris que si le second ensemble était égal au premier, il leur suffisait d'actionner un levier pour obtenir une gorgée de jus de pomme. Mais quand le second n'était pas égal au premier, il n'y avait pas de jus de pomme. Au bout d'environ un an, ces singes avaient appris à n'actionner le levier que lorsque le nombre de points du premier et du second écran était identique. Nieder et ses collègues sont partis du principe que durant l'intervalle d'une seconde séparant l'apparition des deux écrans, les singes pensaient au nombre de points qu'ils venaient de voir.

Nieder a voulu savoir ce qu'il se passe dans le cerveau de ses macaques pendant qu'ils retiennent le nombre dans leur tête. Il a donc inséré, à travers un petit trou percé dans le crâne, une électrode de deux microns de diamètre dans leur tissu cérébral. Ne vous inquiétez pas, il n'a été fait de mal à aucun singe. On peut planter une électrode de cette taille dans le cerveau sans provoquer de dégâts ni de douleur. (L'insertion d'électrodes dans le cerveau humain à des fins de recherche est contraire aux normes d'éthique, mais elle est autorisée à des fins thérapeutiques, comme dans le traitement de l'épilepsie.) Nieder a installé son électrode juste en face d'une région déterminée du cortex préfrontal du singe, et lancé l'expérience.

L'électrode, particulièrement sensible, pouvait relever les émissions électriques du moindre neurone individuel. Quand le singe pensait à un nombre, Nieder a constaté que certains neurones devenaient spécialement actifs, et qu'une toute petite région du cerveau s'éclairait.

En y regardant de plus près, il a fait une découverte saisissante. La décharge électrique des neurones sensibles aux nombres variait selon le nombre auquel pensait le singe à ce moment-là. Et chaque neurone avait un nombre « favori » – un nombre qui le rendait plus actif. Il a localisé, par exemple, une population de plusieurs milliers de neurones préférant le chiffre 1. Ces neurones brillaient beaucoup quand le singe pensait à 1, légèrement moins quand il pensait à 2, moins encore quand il pensait à 3, toujours moins quand il pensait à 4 et ainsi de suite. Un autre groupe de neurones préférait le 2. Ceux-là devenaient très lumineux quand le singe pensait à 2, légèrement moins quand il pensait à 1 ou à 3, encore moins à 4. Il y avait aussi un groupe de neurones préférant le 3, et un autre préférant le 4. Nieder a conduit l'expérience jusqu'à 30 et, chaque fois, il a trouvé des neurones ayant une prédilection pour le nombre concerné.

Ces résultats offrent une explication au fait que notre intuition favorise l'approche approximative des nombres. Quand un singe pense « 4 », les neurones qui préfèrent le 4 sont évidemment les plus actifs. Mais ceux qui ont pour favori le 3 ou le 5 s'activent également, bien qu'un peu moins, parce que le cerveau pense aussi aux chiffres voisins du 4. « C'est un sens du nombre plutôt diffus, explique Nieder. Le singe ne se représente la cardinalité que de façon approximative. »

On est à peu près certain que le cerveau humain procède de la même façon. Et cela pose une question intéressante. Si notre cerveau ne se représente les nombres que de façon approximative, comment se fait-il que nous ayons été capables d'« inventer » les nombres ? « Le "sens du nombre exact" est une propriété humaine [unique] qui jaillit probablement de notre aptitude à représenter très précisément les nombres par des symboles », conclut Nieder. Ce qui apporte de l'eau au moulin de ceux qui pensent que les nombres sont une fabrication culturelle, une construction de l'homme plutôt qu'une chose qu'on possède de façon innée.


11 souris aveugles
1010 bouteilles vertes
11 000 pigeons

1

Le compte est bon

Au Moyen Âge, dans le Lincolnshire, si vous ajoutiez un *pimp* à un *dik*, vous obteniez un *bumfit*[1]. Cela n'avait rien de dégradant, puisque dans le jargon des bergers qui comptaient leurs moutons, ces termes désignaient simplement les nombres 5, 10 et 15. La séquence entière était :

1. Yan
2. Tan
3. Tethera
4. Pethera
5. Pimp
6. Sethera
7. Lethera
8. Hovera
9. Covera
10. Dik
11. Yan-a-dik
12. Tan-a-dik
13. Tethera-dik
14. Pethera-dik
15. Bumfit
16. Yan-a-bumfit
17. Tan-a-bumfit

---

1. *Pimp* signifie aussi « proxénète », *dik* équivaut phonétiquement à *dick*, qui désigne le sexe de l'homme, et *bumfit* peut se comprendre comme « irritation des fesses ».

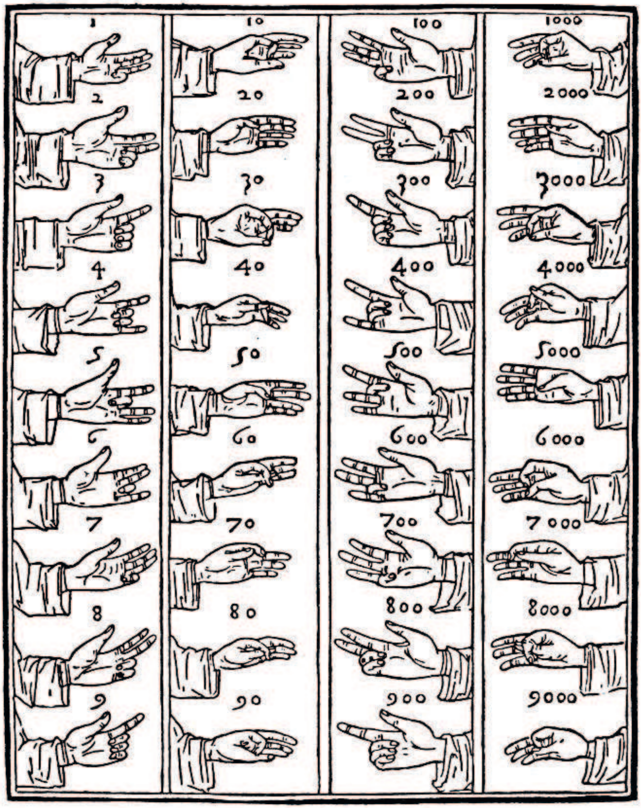
18. Tethera-bumfit
19. Pethera-bumfit
20. Figgit

On ne compte plus ainsi aujourd'hui, et il n'y a pas que les termes, guère familiers, qui ont changé. Ces bergers du Lincolnshire organisaient leurs nombres par groupes de vingt, le décompte commençant par *yan* et s'achevant par *figgit*. Le berger qui possédait plus de vingt moutons – à condition qu'il ne se fût pas endormi à force de les compter – marquait la fin de chaque cycle en déposant un petit caillou dans sa poche, ou en faisant une trace au sol, ou une encoche à son bâton. Puis il reprenait du début : « *yan, tan, tethera...* » S'il y avait quatre-vingts bêtes, il aurait au bout du compte quatre cailloux dans sa poche, ou quatre encoches sur son bâton. Le système est très efficace pour les bergers : quatre objets de petite taille permettent d'en représenter quatre-vingts beaucoup plus gros.

Dans notre monde moderne, on groupe les nombres par dizaines, et cela donne un système de numération à dix chiffres – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Le nombre du groupe de comptage, qui correspond souvent à celui des symboles utilisés, est appelé base du système, c'est-à-dire que notre système décimal est en base 10, alors que celui du berger est en base 20.

En l'absence de base raisonnable, les chiffres deviennent ingérables. Imaginons que notre berger utilise un système en base 1, c'est-à-dire doté d'un seul terme numéral : *yan*, signifiant 1. 2 se dirait *yan yan*. 3, *yan yan yan*. Pour dire quatre-vingts moutons, il faudrait prononcer quatre-vingts fois *yan*. Ce système n'aurait pas grande utilité pour compter quoi que ce soit au-delà de 3. Ou, à l'inverse, imaginons qu'à chaque nombre corresponde un terme différent, de sorte que pour compter jusqu'à 80, il faudrait se souvenir de quatre-vingts termes uniques. Essayez donc de compter ainsi jusqu'à 1 000 !

Il existe de nombreuses communautés isolées qui emploient encore des bases non conventionnelles. Les Arara d'Amazonie, par exemple, comptent par paires, les chiffres de 1 à 8 se déclinant ainsi : *anane*, *adak*, *adak anane*, *adak adak*, *adak adak anane*, *adak adak adak*, *adak adak adak anane*, *adak adak adak adak*. Compter en base 2 serait à peine plus pratique que compter en base 1. Pour dire 100, il faudrait répéter cinquante fois *adak* – ce qui,



Compter avec les doigts, tiré de Luca Pacioli, Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita (1494)

sur la place du marché, rendrait les négociations interminables. On trouve aussi en Amazonie des systèmes regroupant les nombres par trois ou quatre.

Un bon système de base doit être assez grand pour exprimer des nombres de l'ordre de 100 sans s'épuiser, mais pas trop non plus, afin que notre mémoire ne surchauffe pas. Dans l'histoire, les bases qui reviennent le plus souvent sont celles de 5, de 10 et de 20, pour des raisons évidentes. Ces nombres proviennent directement du corps humain. Nous possédons cinq doigts à chaque main, le chiffre 5 est donc la première étape évidente pour reprendre son souffle quand on compte à partir de 1. La suivante pause naturelle se présente à deux mains, ou dix doigts, puis à deux mains et deux pieds, ou vingt doigts et orteils. (Certains systèmes sont composites. Le lexique de comptage des moutons du Lincolnshire, par exemple, comporte la base 5, la base 10, ainsi que la base 20 : les cinq premiers chiffres sont uniques, et les dix suivants sont groupés par cinq.) On trouve souvent dans le vocabulaire courant la trace du rôle qu'ont joué les doigts dans le comptage, ne serait-ce que par le double sens du terme *digit*[1]. En russe, par exemple, 5 se dit *piat*, et la main tendue se dit *piast*. De même, en sanscrit, 5 se dit *pantcha*, qu'il est impossible de ne pas associer au terme persan *pentcha*, qui désigne la main.

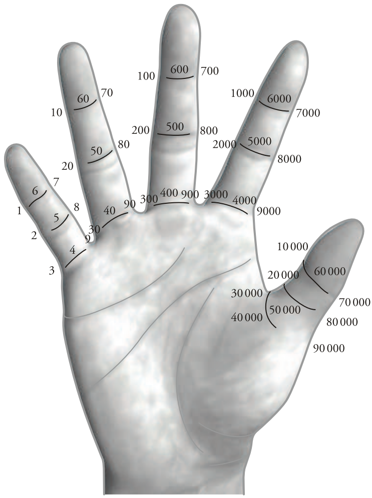
Dès l'instant où l'homme s'est mis à compter, il s'est aidé de ses doigts, et l'on peut sans exagérer attribuer une bonne part des progrès de la science à la polyvalence de nos doigts. Si l'homme avait vu le jour avec des moignons plats au bout des bras et des jambes, il est permis de supposer que nous n'aurions jamais dépassé intellectuellement l'âge de pierre. Avant que papier et crayon deviennent accessibles à tous et permettent l'écriture aisée des nombres, c'est souvent par des langages élaborés de signes avec les doigts qu'on se les communiquait. Au VIII[e] siècle, un moine de Northumbrie, Bède le Vénérable, inventa un système permettant de compter jusqu'au million, en partie arithmétique, en partie manuel. Les unités et les dizaines étaient représentées par les doigts et le pouce de la main gauche ; les centaines et les unités par ceux de la main droite. On exprimait les ordres de grandeur élevés en levant et baissant les mains le long du corps – la valeur 90 000 supposait par exemple une attitude fort peu ecclésiastique : « se saisir les côtes de la main gauche, le pouce en direction des parties génitales », écrit Bède. Le geste exprimant le million, mêlé d'autosatisfaction et de complétude, était bien plus évocateur : il fallait joindre les mains en entrelaçant les doigts.

1. Qui, en anglais, signifie à la fois « chiffre » et « doigt ». *(NdT.)*

Il y a quelques siècles encore, un manuel d'arithmétique était jugé incomplet s'il ne comportait pas d'illustrations de comptage par les doigts. Aujourd'hui, si cet art s'est en grande partie perdu, sa pratique perdure dans certaines régions du monde. En Inde, les marchands qui veulent préserver la confidentialité de leurs négociations aux yeux des badauds ont recours à une méthode consistant à se toucher les articulations des doigts derrière une cape ou un tissu. En Chine, un système ingénieux – bien que passablement complexe – permet de compter jusqu'à 10 milliards moins 1 – 9 999 999 999. Chaque doigt comporte neuf points imaginaires – trois à chaque pli de jointure, comme indiqué sur la figure de la page suivante. Sur l'auriculaire droit, ces points représentent les chiffres 1 à 9. Ceux de l'annulaire droit nous mènent de 10 à 90. Le majeur droit, de 100 à 900 et ainsi de suite, chaque doigt successif représentant la puissance suivante de 10. On peut donc par ce système compter tous les habitants de la planète sur ses seuls doigts – une façon comme une autre de tenir le monde dans ses mains.

Dans certaines cultures, on compte en utilisant aussi d'autres parties du corps que les mains et les doigts. À la fin du XIX^e^ siècle, une expédition d'anthropologues britanniques a atteint les îles du détroit de Torres, l'étendue d'eau qui sépare l'Australie de la Papouasie-Nouvelle-Guinée. Là, ils ont rencontré une communauté qui commençait à compter par « l'auriculaire de la main droite » pour le 1, « l'annulaire de la main droite » pour le 2, puis, après les doigts, on venait au « poignet droit » pour le 6, au « coude droit » pour le 7 et ainsi de suite, en passant par les épaules, le sternum, le bras et la main gauches, les jambes et les pieds, pour finir au « petit orteil du pied droit », correspondant au 33. Les expéditions et les recherches dans la région ont ensuite découvert de nombreuses communautés dotées de systèmes semblables de « comptage par le corps ».

Le plus insolite de ces systèmes est peut-être celui des Yupno, seul peuple papou dont chaque individu est détenteur d'une courte mélodie qui n'appartient qu'à lui, comme un nom ou une signature musicale. Leur système de comptage énumère les narines, les yeux, les tétons, le nombril, pour culminer à 31 avec le « testicule gauche », 32 le « testicule droit » et 33 le « pénis ». S'il est légitime de réfléchir à la signification du nombre 33 dans les trois grandes religions monothéistes (l'âge du Christ à sa mort, la durée



Dans ce système chinois, chaque doigt comporte neuf points représentant les chiffres de 1 à 9 pour chaque ordre de grandeur, de sorte que la main droite peut exprimer tous les nombres jusqu'à $10^5 - 1$ lorsque, de l'autre main, on touche les points correspondants. Puis, en changeant de main, on peut continuer jusqu'à $10^{10} - 1$. Le point « 0 » n'est nécessaire sur aucun doigt, car lorsque aucune valeur n'est attribuée à un doigt, celui-ci est simplement ignoré par l'autre main.

du règne du roi David, le nombre de perles du chapelet musulman de prières), ce qui frappe avec le nombre phallique des Yupno, c'est qu'il suscite en eux la plus grande réserve. Ils ne prononcent le nombre 33 que par euphémisme, comme « la chose des hommes ». Les chercheurs n'ont pu déterminer si les femmes emploient les mêmes termes, puisqu'elles ne sont pas censées connaître le système de numération et qu'elles ont refusé de répondre à la moindre question. La limite supérieure pour les Yupno est le 34, qui se dit « un homme mort ».

Voilà des millénaires qu'en Occident on emploie les systèmes en base 10. Pourtant, malgré leur grande harmonie avec notre corps, beaucoup se sont demandé s'ils constituent vraiment la plus

ALEX BELLOS
Alex au pays des chiffres

« Explorer l'univers des mathématiques n'est pas du tout la même chose à l'âge adulte qu'à l'enfance, quand l'impératif de réussite aux examens implique qu'on se contente de survoler les choses les plus captivantes. J'ai toujours eu envie de communiquer l'excitation et l'émerveillement qui accompagnent l'exploration mathématique. »

Saviez-vous quelle est la probabilité que lors d'un match de foot, deux joueurs partagent la même date d'anniversaire ? Soupçonniez-vous qu'en Amazonie, les Munduruku ne comptent que jusqu'à cinq ?

Tour à tour drôle et sérieux, Alex Bellos nous emmène à la rencontre d'un gourou des maths mystiques en Inde, de calculateurs prodiges à Leipzig et de fanatiques du boulier au Japon. Chemin faisant, il donne vie aux thèmes fondamentaux des mathématiques, et nous ouvre les portes d'un monde fascinant.

Alex Bellos a voué sa vie au foot et à la vulgarisation scientifique, qu'il pratique au *Guardian*, à la BBC et dans ses best-sellers, notamment *Alex au pays des chiffres* (« Champs », 2015) et *Le Cercle des problèmes incongrus* (« Champs », 2021).

Traduit de l'anglais par Anatole Muchnik.

Illustrations (intérieur et couverture) d'Andy Riley.

Création Studio Flammarion

24-I

Flammarion