

Spécial  
Bac

Tle

Nouveau  
BAC

121 fiches  
pour réussir !

# Compil

**MATHS**

Spé + Expertes

**PHYSIQUE-CHIMIE**

Spé

- ✓ Cours ultra-visuels
- ✓ Exercices commentés
- ✓ Schémas-bilans
- ✓ Quiz de mémorisation active
- ✓ Préparation au **Grand Oral**

MAGNARD

# Sommaire

<b>Mathématiques</b> .....	5
Fiches Cours, Exercices commentés pas à pas, Quiz de mémorisation active, Schémas-Bilans	
<b>Physique-Chimie</b> .....	131
Fiches Cours, Exercices commentés pas à pas, Quiz de mémorisation active, Schémas-Bilans	

# MATHS

L'enseignement de spécialité ..... 7

## ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

### Géométrie

#### Vecteurs, droites et plans de l'espace

FICHE 1	Vecteurs et translations .....	9
FICHE 2	Droites et plans de l'espace .....	11
FICHE 3	Représentations paramétriques d'une droite .....	13
FICHE 4	<b>MÉTHODE</b> Droites et plans orthogonaux .....	15
FICHE 5	<b>BILAN</b> .....	17

#### Produit scalaire et orthogonalité

FICHE 6	Produit scalaire .....	19
FICHE 7	Équations cartésiennes de plans .....	21
FICHE 8	Projection orthogonale .....	23
FICHE 9	<b>MÉTHODE</b> Équations cartésiennes d'un plan passant par trois points .....	25
FICHE 10	<b>BILAN</b> .....	27

### Analyse

#### Suites

FICHE 11	Raisonnement par récurrence .....	29
FICHE 12	Limites des suites .....	31
FICHE 13	Convergence et divergence des suites .....	33
FICHE 14	<b>MÉTHODE</b> Tout sur les suites .....	35
FICHE 15	<b>BILAN</b> .....	37

#### Limites de fonctions

FICHE 16	Limites et asymptotes .....	39
FICHE 17	Détermination des limites .....	41
FICHE 18	<b>MÉTHODE</b> Limites d'une fraction rationnelle .....	43
FICHE 19	<b>BILAN</b> .....	45

#### Continuité et dérivation

FICHE 20	Dérivées de fonctions composées .....	47
FICHE 21	Convexité, concavité et inflexion .....	49
FICHE 22	Continuité et (in)équations .....	51
FICHE 23	<b>MÉTHODE</b> Déterminer la solution de $f(x) = x$ .....	53
FICHE 24	<b>BILAN</b> .....	55

#### Logarithme népérien

FICHE 25	Définition et propriétés du logarithme népérien .....	57
FICHE 26	Logarithme, (in)équations et limites .....	59
FICHE 27	<b>MÉTHODE</b> Étude d'une fonction avec un logarithme .....	61
FICHE 28	<b>BILAN</b> .....	63

Primitives et équations différentielles		
FICHE 29	Équations différentielles .....	65
FICHE 30	Primitives usuelles .....	67
FICHE 31	<b>BILAN</b> .....	69
Calcul intégral		
FICHE 32	Intégrale : introduction .....	71
FICHE 33	Propriétés de l'intégrale et intégration par parties .....	73
FICHE 34	Calculs d'aires et valeur moyenne .....	75
FICHE 35	<b>MÉTHODE</b> La méthode de Monte-Carlo pour calculer une intégrale .....	77
FICHE 36	<b>BILAN</b> .....	79
Dénombrement et probabilités		
FICHE 37	Dénombrement .....	81
FICHE 38	Schéma de Bernoulli et loi binomiale .....	83
FICHE 39	Somme de deux variables indépendantes .....	85
FICHE 40	Inégalité de Bienaymé-Tchebychev et loi des grands nombres .....	87
FICHE 41	<b>BILAN</b> .....	89
FICHE 42	Préparation au Grand Oral .....	91
OPTION MATHS EXPERTES		
Nombres complexes		
FICHE 43	Forme algébrique et calculs .....	93
FICHE 44	Module, argument et trigonométrie .....	95
FICHE 45	Géométrie et forme exponentielle .....	97
FICHE 46	Polynômes dans $\mathbb{C}$ .....	99
FICHE 47	<b>BILAN</b> .....	101
Arithmétique		
FICHE 48	Divisibilité et congruences .....	103
FICHE 49	PGCD et applications .....	105
FICHE 50	Nombres premiers .....	107
FICHE 51	<b>MÉTHODE</b> Résolution d'un système et programmation .....	109
FICHE 52	<b>BILAN</b> .....	111
Matrices		
FICHE 53	Éléments de base des matrices .....	113
FICHE 54	Multiplication de matrices .....	115
FICHE 55	Matrice inverse .....	117
FICHE 56	<b>MÉTHODE</b> Opérations sur les matrices et récurrence .....	119
FICHE 57	<b>BILAN</b> .....	121
Graphes		
FICHE 58	Introduction aux graphes .....	123
FICHE 59	Matrices de graphes et graphes étiquetés .....	125
FICHE 60	Graphes probabilistes .....	127
FICHE 61	<b>BILAN</b> .....	129

## 1 Forme générale de l'équation cartésienne d'un plan

On se place dans un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace.

• **Théorème** : tout plan  $\mathcal{P}$  dont un vecteur normal a pour coordonnées  $(a ; b ; c)$  a une équation cartésienne de la forme

$$ax + by + cz + d = 0.$$

En effet, soit  $A(x_A, y_A, z_A)$  un point de  $\mathcal{P}$  :  $M \in \mathcal{P} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

De plus

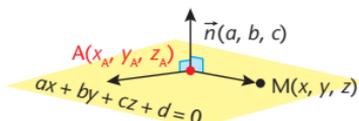
$$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = (x - x_A)a + (y - y_A)b + (z - z_A)c = ax + by + cz + d = 0$$

avec  $d = -ax_A - by_A - cz_A$  car les coordonnées de  $\overrightarrow{AM}$  sont  $\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \\ z - z_A \end{pmatrix}$ .

• Réciproquement si  $a, b, c$  sont trois nombres tels que  $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$  toute équation de la forme  $ax + by + cz + d = 0$  est celle d'un plan dont  $\vec{n}(a ; b ; c)$  est un vecteur normal.

• Un plan a une infinité d'équations cartésiennes. Si  $ax + by + cz + d = 0$  est l'une d'elles, alors  $k(ax + by + cz + d) = 0$  en est une autre pour tout réel  $k \neq 0$ .

• Deux plans d'équations respectives  $ax + by + cz + d = 0$  et  $a'x + b'y + c'z + d' = 0$  sont perpendiculaires si, et seulement si, leurs vecteurs normaux le sont, c'est-à-dire si, et seulement si,  $aa' + bb' + cc' = 0$ .



Un vecteur normal à un plan est un vecteur orthogonal à deux vecteurs **non colinéaires** de ce plan.

**Pour aller plus loin** : René Descartes a fondé la géométrie repérée. On parle de repères cartésiens en son honneur.

## II Applications

### 1. Systèmes d'équations

- Tout système de trois **équations à trois inconnues**  $x, y, z$  de la

$$\text{forme } \begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ ax' + b'y + c'z + d' = 0 \\ a''x + b''y + c''z + d'' = 0 \end{cases} \text{ peut s'interpréter comme l'inter-}$$

section de trois plans ( $\rightarrow$  voir fiche 2).

### 2. Droite définie par l'intersection de deux plans

- Une droite peut être définie par un de ses points et un vecteur directeur, mais aussi par l'intersection de deux plans. Comment alors **déterminer ses équations paramétriques**? L'exemple suivant donne la méthode à suivre.

- **Énoncé** : soit  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{P}'$  les plans d'équations respectives  $x + y + z - 2 = 0$  et  $x + 2y - z + 1 = 0$ .

1. Montrer que ces deux plans sont sécants selon une droite  $\mathcal{D}$ .

2. Déterminer des équations paramétriques de  $\mathcal{D}$  et en déduire un vecteur directeur ( $\rightarrow$  voir fiche 3).

- **Réponses** :

1. Des vecteurs  $\vec{n}$  et  $\vec{n}'$  normaux respectivement à  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{P}'$  ont pour coordonnées respectives  $(1; 1; 1)$  et  $(1; 2; -1)$ .

Comme leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles, ils ne sont pas colinéaires, donc  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{P}'$  ne sont pas parallèles. C'est pourquoi ils sont sécants selon une droite  $\mathcal{D}$ .

2. Les coordonnées d'un point  $M(x, y, z)$  de  $\mathcal{D}$  vérifient le système

$$\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x + 2y - z + 1 = 0 \end{cases}$$

Posons  $z = t$ . Le système équivaut à 
$$\begin{cases} x + y = 2 - t \\ x + 2y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$$

Par soustraction des deux premières équations, on trouve  $y = -3 + 2t$  et donc :  $x = 2 - t - (-3 + 2t) = 5 - 3t$ .

Par conséquent, des équations paramétriques de  $\mathcal{D}$  sont 
$$\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = t \end{cases}$$

Un vecteur directeur est  $\vec{u}(-3; 2; 1)$ .



## QUIZ-Mémorisation active

Questions	Réponses
<p>Dans le cube d'arête 1, comment calculer simplement <math>\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG}</math> et <math>\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{BD}</math> sachant que <math>BD = \sqrt{2}</math> ?</p>	<p>Comme C se projette orthogonalement sur (BC) en C : <math>\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG} = BC^2 = 1</math>.</p> <p>Comme H se projette orthogonalement en D sur (BD) : <math>\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{BD} = BD^2 = (\sqrt{2})^2 = 2</math>.</p>
<p>Dans l'espace, l'équation cartésienne <math>2x - 3y + 5 = 0</math> est-elle celle d'un plan ou d'une droite ?</p>	<p>C'est l'équation d'un plan dont un vecteur normal a pour coordonnées <math>\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}</math>.</p>
<p>Le projeté orthogonal d'un point sur le plan <math>\mathcal{P}</math> d'équation <math>x + 2y - 1 = 0</math> est situé sur une droite <math>\mathcal{D}</math>. Comment trouver un de ses vecteurs directeurs ?</p>	<p>La droite <math>\mathcal{D}</math> étant orthogonale à <math>\mathcal{P}</math>, un vecteur normal à <math>\mathcal{P}</math> est un de ses vecteurs directeurs. On peut choisir <math>\vec{n}(1; 2; 0)</math>.</p>



## Équation cartésienne d'un plan contenant A,B,C non alignés

### Première méthode

Le plan a pour équation  
 $ax + by + cz + d = 0$ .

Les coordonnées de chaque point  
vérifient l'équation.

Résoudre le système  
de trois équations  
aux trois inconnues  $a, b, c$ .

On trouve  $a, b, c$  en fonction  
de  $d$  : infinité d'équations  
cartésiennes.

On peut donner à  $d$  la valeur  
que l'on veut  $\neq 0$ .

### Deuxième méthode

Chercher un vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$   
orthogonal à  $\overline{AB}$  et  $\overline{AC}$  :  
 $\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$  et  $\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$ .

Résoudre le système  
de deux équations  
aux trois inconnues  $a, b, c$ .

On trouve  $a$  et  $b$  en fonction  
de  $c$ . Le plan a pour équation  
 $ax + by + cz + d = 0$ .

Exprimer que les coordonnées  
d'un des points vérifient  
l'équation. On trouve  $d$   
en fonction de  $c$ .

On peut donner à  $c$  la valeur  
que l'on veut  $\neq 0$ .

## Exercice commenté pas à pas

## La méthode de Monte-Carlo pour calculer une intégrale

La méthode de Monte-Carlo utilise le hasard pour obtenir une approximation de nombres calculés à partir d'une formule.

On se propose ici de calculer

$$\int_a^b \ln(x) dx, \text{ où } 0 < a < b.$$

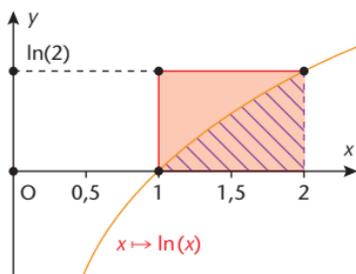
On choisit  $a = 1$  et  $b = 2$ .

(On généralise sans peine.)

On « bombarde » alors le rectangle construit ci-dessus de points dont les coordonnées  $(x, y)$  sont aléatoires :  $1 \leq x \leq 2$  et  $0 \leq y \leq \ln(2)$ .

Certains sont sous la courbe : on les compte et ils serviront au calcul de l'aire. Les autres ne participent pas au calcul.

Le programme Python tient compte de ces données.



```

1 from math import *
2 from random import *
3 a,b,aire,n=1,2,0,10000
4 for i in range (n):
5     x=a+random()
6     y=log(b)*random()
7     if y<=log(x):
8         aire=aire+1
9 print(aire*log(b)/n)

```

1. De combien de points « bombarde-t-on » le rectangle ?
2. Quelle est le rôle de la variable *aire* ?
3. Quel est le nombre retourné par l'instruction de la ligne n° 9 ?
4. L'exécution du programme fournit 0.3889248830121853. Évaluer la précision de l'approximation sachant qu'une primitive de  $\ln(x)$  est  $x \mapsto x \ln(x) - x$ .

### ➔ Interpréter la boucle débutant à la ligne n° 4.

1. La boucle *for* qui commence à la ligne n° 4 ordonne d'exécuter 10 000 fois les instructions des lignes n° 5 à 8. Le rectangle rouge sera donc criblé de 10 000 points (certains seulement seront retenus).

### ➔ Examiner l'initialisation de la variable *aire* ainsi que la façon dont son contenu change.

2. Au départ, la variable *aire* contient 0 (ligne n° 3). Son contenu augmente de 1 à chaque fois que le point de coordonnées  $(x, y)$  réalise la condition  $y \leq \ln(x)$  (ligne n° 7). À la fin du « bombardement », *aire* contient tous les points qui font partie du domaine hachuré.

### ➔ Les 10 000 points obtenus au hasard sont censés représenter l'aire du rectangle rouge.

3. Ici, une unité d'aire (u.a.) est un point de coordonnées  $(x, y)$ . Donc  $10\,000 \text{ u.a.} = \ln(2) \Rightarrow 1 \text{ u.a.} = \frac{\ln(2)}{10\,000}$ . Donc  $\text{aire} \times \frac{\ln(2)}{10\,000}$  donne

une approximation de l'aire du domaine hachuré.

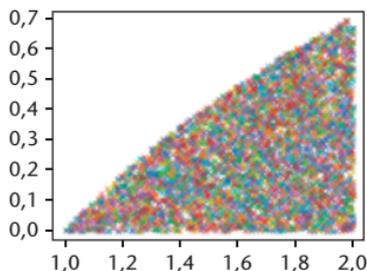
### ➔ Calculer $F(2) - F(1)$ .

4. On sait que  $\int_1^2 \ln(x) dx = F(2) - F(1) = 2\ln(2) - 2 - (1\ln(1) - 1)$

$$\Rightarrow \int_1^2 \ln(x) dx = 2\ln(2) - 1 \Rightarrow \int_1^2 \ln(x) dx \approx 0.3862943611199$$

(à la calculatrice). La méthode semble donc fournir une approximation au centième.

La figure ci-contre montre le résultat de 10 000 bombardements. La forme obtenue est une approximation du domaine dont on calcule l'aire.

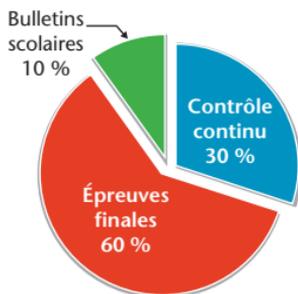


# Préparation du grand oral

Le grand oral fait partie des épreuves finales du baccalauréat qui comptent pour 60 % de la note.

Le grand oral a lieu au mois de juin en même temps que l'épreuve de philosophie.

Les épreuves écrites de spécialité comptent pour 16 % de la note finale, le grand oral compte pour 10 %. Cette épreuve n'est donc pas à négliger !



## I Présentation et choix du sujet (5 min)

- Lors de la présentation du sujet, le candidat n'a pas le droit à ses notes ni à un support.
- Il remet un recto simple au jury de sa présentation.
- Le jury est composé de deux enseignants de disciplines différentes.
- Cette partie est plutôt personnelle, il faut expliquer au jury le choix du sujet, ses goûts et ses intérêts pour le thème choisi. **Il est donc conseillé de choisir un sujet par lequel on est passionné.**
- Le sujet doit être **en lien avec le programme de Terminale** d'une ou plusieurs disciplines de spécialité.
- La présentation peut être en corrélation avec un projet d'orientation ou d'études dans l'enseignement supérieur.
- Il est conseillé de **donner un titre** à sa présentation, plutôt sous la **forme d'une question**.

## II Dialogue avec le jury (10 min)

- Cette partie fait appel aux connaissances de l'élève. L'enseignant(e) en lien avec la discipline sera chargé(e) d'**interroger sur le contenu** du sujet.
- Le second membre du jury non spécialiste du sujet a un **rôle d'ouverture**, les questions sont moins disciplinaires.
- Il faut penser à **ordonner ses idées**, un **plan détaillé** de la présentation doit être préparé.

# FICHES Spécial Bac

La collection conçue par les correcteurs du Bac

# T<sup>le</sup>



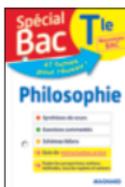
121 fiches détachables  
pour réussir !

## Compil

### Maths - Physique-Chimie

- Des **synthèses de cours** pour retenir l'essentiel
- Des **mémos visuels** et des **schémas-bilans**
- Des **exercices commentés** pas à pas
- Des **quiz de mémorisation active**
- La **méthode** pour réussir le **Grand Oral**

Dans la même collection :



8,90 €

978-2-210-76535-1



9 782210 765351



Compléments gratuits sur :  
[www.specialbac.magnard.fr](http://www.specialbac.magnard.fr)