MATHS

Cours approfondi
Exercices
Problèmes

5^e

Laurent Lemaire
Anne Paradas Arroyo

ellipses

CHAPITRE

1

Calcul numérique

Explication : Le mot **calcul** vient du latin *calculus* signifiant « caillou ».
Les romains utilisaient des cailloux sur leurs abaques. Le « calculator » est celui qui tient les comptes. Le mot **compter** vient du latin *computare* signifiant « énumérer ».

Repères historiques. La numération grecque ou romaine ne permet pas les multiplication ou division. Pour faire des calculs, on utilise des abaques (instrument de calcul à l'aide de cailloux ou de jetons).
En 772 des spécialistes du Pelhvi et du Sanscrit comme Mohammed Al Fazari traduisent Aryabhata et Brahmagupta et introduisent ainsi à Bagdad la numération décimale et l'usage du zéro.
En 1202, Leonardo Fibonacci présente dans *Liber Abaci* le système décimal ainsi qu'une technique de multiplication.
Au Moyen-Age, l'habileté des calculateurs avec les abaques et les bouliers empêche la diffusion du système décimal et des calculs écrits. Jusqu'en 1600, compter sur ses doigts était très répandu et certains traités (par exemple *Summa de arithmetica* de Luca Pacioli) contenaient des explications sur le calcul digital.
En 1585, Simon Stevin (1548–1620) propose dans *La Disme* une nouvelle écriture décimale des nombres qu'ils manipulent afin de faciliter leurs calculs. Le nombre $25+\frac{3}{10}+\frac{4}{100}+\frac{6}{1000}$ est noté par Simon Stevin $25^{\textcircled{0}}3^{\textcircled{1}}4^{\textcircled{2}}6^{\textcircled{3}}$, en 1620 Joost Burgi simplifie cette notation en $25\textcircled{0}346$.
Marie Crous (1620–?), maîtresse d'écriture et de calculs, publie en 1635 un ouvrage *Avis aux filles exerçant l'arithmétique sur les dixmes ou dixiemes du Sieur Stevin*, dans lequel elle sépare la partie décimale des entiers par un point et remplace par des zéros les unités décimales manquantes. Ainsi $3^{\textcircled{0}}2^{\textcircled{1}}4^{\textcircled{3}}$ devient 3.104.

I Vocabulaire

Définition **Somme, différence**

- Le résultat d'une addition s'appelle la **somme** et les nombres que l'on additionne entre eux sont appelés **termes** de la somme.
- Le résultat d'une soustraction s'appelle la **différence** et les nombres que l'on soustrait entre eux sont appelés **termes** de la différence.
  La différence de deux nombres est le nombre qu'il faut ajouter à l'un pour obtenir l'autre

Exemple 3.

- La somme de 13 et de 7 est le résultat de l'addition $13+7$, c'est-à-dire 20. Les nombres 13 et 7 sont les termes de cette somme.
- La différence de 7 et 4 est égale à $7-4=3$. Les nombres 7 et 4 sont les termes de cette différence. 3 est le nombre qu'il faut ajouter à 4 pour obtenir 7 autrement dit cette différence est le terme manquant dans l'addition à trou : $4+\ldots=7$.

Explication : Le mot **addition** vient du latin *ad-da-re* signifiant « donner en plus ».
Le mot **plus** vient du préfixe latin *pluri* signifiant « plusieurs ».
Le mot **terme** vient du préfixe latin *terminus* signifiant « borne, limite » puis « somme à payer ».
Le mot **somme** vient du latin *summa* signifiant « total ».

Repères historiques. Nicolas Chuquet, Luca Pacioli et les mathématiciens du 16e siècle utilise p̃ ou p pour « plus ». Le symbole actuel + n'est apparu qu'à la fin du 16e siècle et ne s'est imposé qu'au 19e siècle.
Le symbole + a connu différentes formes, par exemple René Descartes utilisait ✠.

Chuquet

***Nicolas Chuquet** (1445–1500) est un médecin qui s'intéresse aux mathématiques. On lui doit le meilleur ouvrage d'algèbre de son époque* calculs avec des nombres et théorie des équations. *Il familiarise ses lecteurs aux nombres arabes, aux opérations arithmétiques et aux racines. Il introduit l'exposant pour noter les puissances.*

Explication : Le mot **soustraction** vient du latin *subs-trahere* signifiant « tirer par dessous ».
Chez les Romains, le nombre à soustraire est le *numerus minendus* c'est-à-dire le nombre le plus petit d'où le mot français **moins** et le mot anglais minus.
Le mot **différence** vient du latin *differe* signifiant « être dissemblable ». Au cours des siècles, le résultat d'une soustraction a été désigné par d'autres noms : reste, résidu, excès, reliquat.

Repères historiques. Les Arabes au 12e siècle utilisaient le mot *tarh* signifiant « retrancher, ôter ».
Au Moyen-Age, on parle de diminuer, de réduire. La soustraction est parfois appelée subduction.
Nicolas Chuquet et Luca Pacioli utilisent m̃ ou m pour « moins ». Le symbole actuel – semble être une barre utilisée par les marchants pour séparer la tare du poids total de marchandise.

Pacioli

***Luca Pacioli** (1445–1517) est un moine et mathématicien. Son œuvre, très tournée vers l'arithmétique et les résolutions d'équations, reprend celle de Leonardo Fibonnacci. Elle est surtout destinée à l'usage des marchands à une époque où le commerce se développe. Son apport principal concerne la simplification de certaines notations.*

Définition **Produit, quotient**

- Le résultat d'une multiplication s'appelle le **produit** et les nombres que l'on multiplie entre eux sont appelés **facteurs** du produit.
- Le résultat d'une division s'appelle le **quotient**. Dans la division du nombre a par le nombre b (non nul), a s'appelle le dividende et b le diviseur.
  Le quotient de deux nombres est le nombre par lequel il faut multiplier le diviseur pour obtenir le dividende.

Exemple 4.

- Le produit de 4 par 6 est le résultat de la multiplication 4×6 c'est-à-dire 24. Les nombres 4 et 6 sont les facteurs de ce produit.
- Le quotient de 12 par 5 est égal à 2,4.
  2,4 est le nombre par lequel il faut multiplier 5 pour obtenir 12 autrement dit ce quotient est le facteur manquant dans la multiplication à trou : $5 \times \ldots = 12$.

Explication : Le mot **multiplication** vient du latin *multiplex* et *actio* signifiant « action de chercher le multiple » par analogie avec **duplication** (*duplex* et *actio*) qui signifie « action de chercher le double ».
Le mot **division** vient du latin *dis-videre* signifiant « voir en séparant ».

Repères historiques. En 1631, William Oughtred utilise le symbole ×. En 1698, Gottfried Wilhelm Leibniz introduit le point · afin d'éviter la confusion avec la lettre x. À partir du 18e siècle les deux symboles · et × sont les plus utilisés.
Pour la division, le symbole ÷ est employé par Johann Rahn en 1659 dans *Teutsche Algebra* et Gottfried Wilhelm Leibniz propose : (en relation avec · pour la multiplication).

II Enchaînement d'opérations

Proposition — Calcul ne comportant QUE des +, − ou QUE des ×, ÷

Règle 1 Dans une succession de calculs ne comportant que des additions et des soustractions, on effectue les calculs de gauche à droite.

Règle 2 Dans une succession de calculs ne comportant que des multiplications et des divisions, on effectue les calculs de gauche à droite.

Exemple 5.

- Calculer $A = 11 - 7 + 5 - 1$.
  - $A = 11 - 7 + 5 - 1$ — la suite de calculs ne comporte que des additions et des soustractions, on applique **R1** (règle 1) ;
  - $= \mathbf{4} + 5 - 1$ — on calcule $11 - 7 = 4$ et on applique **R1** ;
  - $= \mathbf{9} - 1$ — on calcule $4 + 5 = 9$ et on applique **R1**.
  - $= 8$
- Calculer $B = 35 \div 7 \times 6 \div 2$.
  - $B = 35 \div 7 \times 6 \div 2$ — la suite de calculs ne comporte que des multiplications et des divisions, on applique **R2** (règle 2) ;
  - $= \mathbf{5} \times 6 \div 2$ — on calcule $35 \div 7 = 5$ et on applique **R2** ;
  - $= \mathbf{30} \div 2$ — on calcule $5 \times 6 = 30$ et on applique **R2**.
  - $= 15$

Remarque : S'il n'y a **que** des additions, on peut effectuer les opérations dans n'importe quel ordre : le résultat est le même. Cette propriété est également vraie s'il n'y a **que** des multiplications.
Il faut alors organiser **astucieusement** les calculs.

Exemple 6.

- Calculer $A = 3 + 4 + 17 + 26$.
  La succession de calculs ne comporte que des additions, nous pouvons donc regrouper les termes astucieusement pour « simplifier » les calculs.
  $$A = 3 + 4 + 17 + 26 = 20 + 30 = 50.$$
- Calculer $B = 2 \times 3 \times 7 \times 5$.
  La succession de calculs ne comporte que des multiplications, nous pouvons donc regrouper les facteurs astucieusement pour « simplifier » les calculs.
  $$A = 2 \times 3 \times 7 \times 5 = 10 \times 21 = 210.$$

Proposition — Règles de priorité : pour un calcul SANS parenthèse

Règle 3 Dans une succession de calculs sans parenthèses, on effectue les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions.
On dit que les multiplications et les divisions sont **prioritaires** sur les additions et les soustractions.

Exemple 7. Calculer $A = 3 \times 4 + 1 - 30 \div 6$.

$A =$	$3 \times 4 + 1 - 30 \div 6$	la succession de calculs comporte plusieurs opérations, on repère les multiplications et divisions et on applique **R2** (règle 2) ;
$=$	$\mathbf{12} + 1 - \mathbf{5}$	il ne reste plus que des additions et soustractions ;
$=$	$12 + 1 - 5$	on applique **R1** ;
$=$	$\mathbf{13} - 5$	on calcule $12 + 1 = 13$ et on applique **R1**.
$=$	8	

Proposition **Règles de priorité : pour un calcul AVEC parenthèses**

Règle 4 Dans une succession d'opérations comportant des parenthèses, on calcule d'abord les expressions entre parenthèses ; si les parenthèses sont imbriquées, on commence par les parenthèses les plus « intérieures ».

Remarque : Il peut être intéressant de bien identifier les parenthèses correspondantes.

Exemple 8.

- Calculer $A = (3 \times 4 - 8) \times (7 - 2)$.

$A =$	$(3 \times 4 - 8) \times (7 - 2)$	la succession de calculs comporte des parenthèses on applique **R4** (règle 4) et on calcule chacune des expressions entre parenthèses ;
$=$	$(3 \times 4 - 8) \times (7 - 2)$	dans ces expressions il n'y a plus de parenthèses donc on applique les règles **R1**, **R2** et **R3**.
$=$	$(\mathbf{12} - 8) \times \mathbf{5}$	
$=$	$\mathbf{4} \times 5$	
$=$	20	

- Calculer $B = 35 - [(7 + 5) \times 2]$.

$B =$	$35 - [(7 + 5) \times 2]$	la succession de calculs comporte des parenthèses (ou crochets) on applique **R4** (règle 4) et on calcule l'expression entre crochets ;
$=$	$35 - [(\underline{\mathbf{7} + \mathbf{5}}) \times 2]$	dans cette expression il y a encore des parenthèses donc on applique **R4** ;
$=$	$35 - [\mathbf{12} \times 2]$	on applique les règles **R1**, **R2** ou **R3**.
$=$	$35 - \mathbf{24}$	
$=$	11	

- Calculer $C = [(4 \times (6 + 2)) - (6 \times 5)] \times 3$.

$C =$	$\Big[\Big(4 \times (6 + 2)\Big) - (6 \times 5)\Big] \times 3$	on colore les parenthèses (ou crochets) correspondantes ;
$=$	$\Big[\Big(4 \times (\mathbf{6} + \mathbf{2})\Big) - (\mathbf{6} \times \mathbf{5})\Big] \times 3$	on commence par les parenthèses les plus intérieures (les parenthèses noires), on applique **R4** ;
$=$	$\Big[\Big(4 \times \mathbf{8}\Big) - \mathbf{30}\Big] \times 3$	on continue par les parenthèses les plus intérieures (les parenthèses bleues), on applique **R4** ;
$=$	$\Big[\mathbf{32} - 30\Big] \times 3$	on applique **R4**.
$=$	$\mathbf{2} \times 3 = 6$	

Explication : Le mot **parenthèse** vient du grec *para - anthesis* signifiant « mettre à côté ».

Repères historiques. Lors de la mise en place du calcul symbolique tout au long du 17e siècle, se pose le problème de l'écriture d'expressions mathématiques complexes.
Le vinculum, une barre horizontale placée au dessous ou au dessus de l'expression à regrouper est utilisé dès 1484 par Nicolas Chuquet. Ainsi on distingue $a + \underline{bc}$ de $\underline{a + bc}$.

René Descartes (17e siècle) utilise la notation $x + \left.\begin{matrix} +a \\ -b \end{matrix}\right\} y$ pour l'écriture de $x + (a - b)y$.

Ce sont Gottfried Wilhelm Leibniz (1702) et Leonhard Euler (1743) qui contribuent à imposer les parenthèses. Leur avantage du point de vue typographique est évident.

Proposition **Calcul sous forme fractionnaire**

Règle 5 Si dans une expression un quotient est écrit sous forme fractionnaire, il convient de faire les calculs comme s'il y avait des parenthèses autour du numérateur et du dénominateur.

Exemple 9.

- $\dfrac{45}{7+2} = 45 \div (7+2) = 45 \div 9 = 5.$
- $\dfrac{15-7}{1+3} = (15-7) \div (1+3) = 8 \div 4 = 2.$

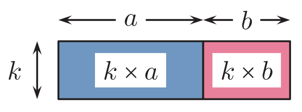
III Distributivité

Proposition **Distributivité simple**

Pour tous nombres a, b et k, $k \times (a+b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a-b) = k \times a - k \times b$.

Produit	$\longleftrightarrow$	Somme
$k \times (a+b)$	$=$	$k \times a + k \times b$
$k \times (a-b)$	$=$	$k \times a - k \times b$

Interprétation géométrique de
$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b.$$
L'aire du grand rectangle est la somme des deux petits.



On symbolise cette distributivité avec des flèches :

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b \qquad \text{et} \qquad k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

Explication : Le mot **distributivité** vient du latin *dis-tribuere* signifiant « répartir entre les tribus les avantages et les charges ». Ce mot est dû au français François-Joseph Servois en 1814.

Définition **Développement, factorisation**

- **Développer** un produit signifie le transformer en une **somme**.
- **Factoriser** une somme signifie la transformer en **produit**.

Exemple 10.

- Développer $A = 4 \times (6+8)$. $A = 4 \times (6+8) = 4 \times 6 + 4 \times 8 = 24 + 32 = 56$
- Factoriser $B = 12 \times 5 + 12 \times 3$. $B = 12 \times 5 + 12 \times 3 = 12 \times (5+3) = 12 \times 8 = 96$

La distributivité peut être utile pour le calcul mental.

Exemple 11. Calculer 7×23.

$7 \times 23 = 7 \times (20+3) = 7 \times 20 + 7 \times 3 = 140 + 21 = 161.$

IV Exercices

1 Vocabulaire

Ex 1 **Somme ou produit ?**

Les calculs suivants sont–ils des sommes (**S**) ou des produits (**P**) ?

	S	P
1) $9+4\times 3$	❑	❑
2) $7\times 5+6$	❑	❑
3) $(5+4)\times 2$	❑	❑
4) $3\times 7+4\times 5$	❑	❑
5) $3\times(7+4)\times 5$	❑	❑
6) $3+7\times 5+4$	❑	❑
7) $(3+7)\times 5+4$	❑	❑
8) $(3+7)\times(5+4)$	❑	❑
9) $\big(5+3\times(4+6)\big)\times 2+1$	❑	❑

Ex 2 **Vocabulaire**

Traduire par un calcul les phrases suivantes :
A est le produit de 4 par la somme de 7 et de 8.
B est la somme de 6 et du produit de 9 par 4.
C est la différence de 68 et du quotient de 24 par 3.
D est le produit de 7 par la différence de 15 et de 9.

Parmi les expressions précédentes, quelles sont celles qui sont égales ?

Ex 3 **Vocabulaire**

Traduire chaque phrase par une expression puis calculer l'opération.

A est la différence du produit de 5 par 4 et de 3.
B est le produit de la somme de 3 et de 7, par 5.
C est le quotient de la différence de 20 et de 4 par la somme de 1 et de 3.
D est le double de la somme de 14 et de 8.
E est le produit de 21 par la différence de 65 et de 56.
F est la somme du produit de 8 par 12 et de 64.
G est le triple de la somme de 8 et de 4.

Ex 4 **Vocabulaire**

Traduire avec une phrase chacun des calculs (écrire les nombres en chiffres).

$A=29\times 91-44$
$B=25+90\div 15$
$C=(94-56)\times 61$
$D=(13+11)\div(17-9)$

2 Priorités

Ex 5 **Règles de calcul**

En corrigeant l'exercice d'un élève, le professeur a barré en rouge certaines égalités. Expliquer les erreurs commises par l'élève.

1) $9+8-7+6\cancel{=}17-13=4$

2) $(5+3)\times 7-2\cancel{=}8\times 5=40$

3) $(27-(5+7))\div 3\cancel{=}27-12\div 3=27-4=23$

Ex 6 **Priorités des opérations**

Calculer en respectant les priorités opératoires (préciser à chaque étape du calcul la règle utilisée).

⋆ **Série 1**

$A=3+7\times 2$
$B=6\times 9-7$
$C=7\times 8\div 4$
$D=7+3\times 2$
$E=13\times 3+6$
$F=12\div(7-3)$
$G=4\times(9+4)$
$H=6\times 11-7$

⋆ **Série 2**

$A=4\times 10-11$
$B=9+9-5$
$C=12\div 3+5$
$D=9+11\times 7$
$E=2\times(11-10)$
$F=2\times 11-10$
$G=8+7-11$
$H=30\div 2\div 3$

⋆ **Série 3**

$A=2+5\div 5+10\times(8-3)$
$B=12\div 6\times(7+3)+7-12$
$C=12-6+9+10\div 10\times 8$
$D=8+2-(7+2)\times 4\div 12$
$E=12\div 2+10-7+2\times 13$
$F=6+2\times 13+3-10\div 5$

⋆ **Série 4**

$A=6-13\div 13\times 4+12+8$
$B=12+13-6\times(6+7)\div 13$
$C=13+9\times 12\div 9-(6+10)$
$D=11+8\times 9\div 6-(6+4)$

Ex 7 **Parenthèses**

Rajouter éventuellement des parenthèses de sorte que les calculs soient corrects (ne pas mettre de parenthèses inutiles).

⋆ **Série 1**

1) $6+5\times 4-3=23$
2) $6+5\times 4-3=41$
3) $6+5\times 4-3=11$
4) $6\times 5-4+3=23$
5) $6\times 5-4+3=29$
6) $6\times 5-4+3=9$

⋆ **Série 2**

1) $6\times 9-7-7+3=2$
2) $7+4\times 5-3=22$
3) $3+2\times 5\times 4-2=50$
4) $17\times 2+5-2\times 5=49$

Ex 8 ☆☆★☆ **Opérations**

1) Compléter avec les signes + − × ÷ ( ) qui conviennent :

a) $75\dots7\dots5 = 40$	**c)** $6\dots6\dots6 = 7$
b) $6\dots6\dots6 = 6$	**d)** $4\dots3\dots2 = 6$

2) En utilisant une seule fois les nombres 3 ; 7 ; 10 et autant de fois que l'on veut les signes + − × ÷ ( ) essayer d'obtenir les résultats suivants :

a) 20	**c)** 31	**e)** 40
b) 14	**d)** 67	**f)** 1

Ex 9 ☆☆★☆ **Problèmes**

1) Une société organise une kermesse. Elle met en vente 80 bouteilles de vin à 11 €, 250 bières à 2 € et 400 limonades à 2 €.
À la fin de la soirée, il reste 18 bouteilles de vin, 35 bières et 124 limonades.
   a) Sans effectuer les calculs, écrire (en ligne) la somme d'argent encaissée.
   b) Calculer cette somme encaissée.

2) Un marchand achète 120 kg de pommes de terre à 0,61 € le kilogramme. Il en vend 95 kg à 1,07 € le kilogramme et pour écouler son stock, il décide de solder le reste à 0,46 € le kilogramme.
   a) Sans effectuer les calculs, écrire (en ligne) le bénéfice du marchand.
   b) Calculer ce bénéfice.

Ex 10 ☆☆★★ **Priorités des opérations**

Calculer en respectant les priorités.

⋆ **Série 1**

$A = [12 + 20 \times (7 + 4) + 10 \times (8 + 12)] \times 2$

$B = (6 + 7 \times 3) + 5 \times [12 + 3 \times (7 + 3)]$

$C = (15 + 7 \times 3) \div (2 + 1) - 4 \times 3 + 2$

$D = (100 - 3 \times 10) + 2 + 2 \times (9 + 3 \times 5)$

⋆ **Série 2**

$A = 9 + 4 \times (6 + 3) \times 2 - 1$

$B = 36 + 6 \div 2 - (4 \times 3 + 7)$

$C = (26 + 9) \times 7 - 2 \times 1 + 6$

$D = 6 \times \big(5 + [2 \times (50 \div 10 - 3)] \div 4 + 1\big) - 8$

$E = [15 \div (3 + 2) - 2 + 3 \times (10 - 7)] \times 2 + 4$

Ex 11 ☆☆★★ **Priorités des opérations**

Calculer en respectant les priorités.

⋆ **Série 1**

$A = 9 + (4 \times 6 + 3 \times 2 - 2) \times 4$

$B = (9 + 4) \times 6 - 3 \times (2 - 2) \times 4$

$C = 9 + 4 \times (6 + 3) \times 2 - 2 \times 4$

$D = 9 + 4 \times (6 + 3) \times (2 - 2) \times 4$

⋆ **Série 2**

$A = 54 + 6 \div 2 + 15 \times 3$

$B = [(54 + 6) \div 2 + 15] \times 3$

$C = (54 + 6) \div 2 + 15 \times 3$

$D = (5 + 6) \times 12 - 5 \times 2 \times 3 - 2$

$E = [5 + 6 \times (12 - 5 \times 2)] \times 3 - 2$

$F = (5 + 6) \times (12 - 5 \times 2) \times (3 - 2)$

Ex 12 ☆☆★★ **Priorités des opérations**

Calculer en respectant les priorités.

⋆ **Série 1**

$A = (24 \times 10 - 8 \times 5) \div [50 \div 5 - (2 + 3)]$

$B = 4 + 5 \times 2 - [2 \times (5 \times 4 + 1 - 21) + 2]$

$C = (4 \times 4 - 2 \times 7) \times 9 + 2 \times [15 - 2 \times (4 - 1)]$

$D = (12 - 2 \times 5) + 4 \times 15 + 3 \times [24 \div 2 - (4 + 6)]$

⋆ **Série 2**

$A = 15 + 8 \times 4 - [5 \times 3 + (2 + 3) \times 4 - 2]$

$B = (15 + 8) \times 4 - [(5 \times 3 + 2 + 3) \times (4 - 2)]$

$C = 15 + 8 \times 4 - 5 \times 3 + 2 + 3 \times 4 - 2$

$D = 15 + 8 \times 4 - 5 \times (3 + 2) + 3 \times (4 - 2)$

Ex 13 ☆☆★☆ **Quotient**

Réécrire les expressions en utilisant le signe ÷.

$A = \dfrac{25 - 7}{6}$ $\quad B = \dfrac{33 - 12}{15 - 8}$ $\quad C = 2 + \dfrac{5}{7}$

Ex 14 ☆☆★★ **Quotient**

Calculer.

⋆ **Série 1**

$A = \dfrac{13 \times 27 + 5 \times 6}{6 \times 16 + 31}$ $\quad C = \dfrac{(37 + 43) \times 5}{(6 \times 6 - 11) \times 2}$

$B = \dfrac{15 \times (27 + 43)}{(56 - 24) \times 2 - 29}$ $\quad D = \dfrac{12 \times (26 + 31)}{6 \times 10 - 4 \times 12}$

⋆ **Série 2**

$A = 15 + \dfrac{10 \times (27 + 35)}{20}$ $\quad C = \dfrac{42 \times 26}{13} - \dfrac{42 - 26}{8}$

$B = \dfrac{5 + 13}{2} + \dfrac{5 \times (7 + 5)}{6}$ $\quad D = \dfrac{42}{14} + \dfrac{4 \times (7 + 3 \times 5)}{2 \times 11}$

Ex 15 ☆☆★★ **Concours Kangourou - QCM**

1) Quel est le résultat de $1\,000 - 100 + 10 - 1$?

A : 111	**B :** 900	**C :** 909	**D :** 990	**E :** 999

2) $(10 \times 100) \times (20 \times 80)$ est égal à…

A : $2\,000 \times 8\,000$.	**C :** $20\,000 \times 8\,000$.
B : $2\,000 \times 80\,000$.	**D :** $2\,000 \times 800$.

3) Combien vaut $2004 - 200 \times 4$?

A : 0.	**B :** 1 204.	**C :** 1 200.	**D :** 2 804.

Ex 16 ☆☆★★ **Concours Kangourou - QCM**

1) On écrit le nombre de mille chiffres, composé des mêmes quatre chiffres répétés :

$$20082008\ldots \quad \ldots 2008.$$

Combien de chiffres peut-on, au plus, supprimer de sorte que la somme des chiffres restants soit égale à 2008 ?

A : 564 | **B :** 497 | **C :** 500 | **D :** 601 | **E :** 746

2) On forme le plus grand nombre et le plus petit nombre de trois chiffres composés de chiffres tous différents entre eux. Quelle est leur différence ?

A : 899. | **B :** 885. | **C :** 864. | **D :** 800.

E : un autre nombre.

3) Béatrice s'amuse à ajouter les chiffres qu'elle lit sur sa montre digitale. Par exemple, s'il est 21 :17, son résultat est 11. Quelle est la plus grande somme qu'elle peut obtenir ainsi ?

A : 24. | **B :** 36. | **C :** 19. | **D :** 25.

E : autre réponse.

Ex 17 ☆☆★★ **Opération**

On définit une nouvelle opération, appelée « *étoile* » et notée $\star$, par :
Si a et b sont deux nombres,

$$a \star b = a + \left(a \times b - b\right).$$

Effectuer les calculs suivants :

$A = 4 \star 3$	$C = 9 \star 6$	$E = (8 \star 5) \star 2$
$B = 7 \star 2$	$D = 6 \star 9$	$F = 8 \star (5 \star 2)$

Ex 18 ★☆★★ **Concours Kangourou - QCM**

1) La somme de deux-mille nombres entiers strictement positifs est 2001. Quel est leur produit ?

A : 2. | **B :** 2000. | **C :** 2001. | **D :** 1.

E : On ne peut pas savoir.

2) On place un chiffre dans chaque carré de façon à ce que la multiplication écrite soit correcte :

$$45 \times \square 3 = 3 \square \square\square.$$

Alors on est sûr que la somme des quatre chiffres placés dans les carrés…

A : est égale à 20

B : est égale à 21

C : est égale à 17

D : dépasse strictement 21

E : est strictement inférieure à 17

3) On considère l'ensemble constitué de tous les nombres à quatre chiffres formés avec les chiffres 1, 2, 3, 4 sans qu'aucun ne se répète.
La somme de tous les nombres de cet ensemble est égale à…

A : 55 550. | **C :** 66 660. | **E :** 98 760.
B : 99 990. | **D :** 100 000.

Ex 19 ☆☆★★ **Calcul astucieux**

Soit $N = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$.

1) Calculer astucieusement la valeur de N.

2) Sans écrire le calcul, expliquer comment on peut trouver astucieusement la somme de tous les entiers compris entre 1 et 100 (en comptant aussi 1 et 100) et donner la valeur de cette somme.

Ex 20 ☆☆★★

Soit le programme de calcul suivant :

> *Choisir un nombre et lui ajouter 1.*
> *Multiplier le résultat par 2 puis soustraire 2 au nombre obtenu.*
> *Enfin, soustraire le nombre de départ au résultat précédent.*

1) Effectuer ce programme de calcul en prenant 8 comme nombre de départ.

2) Effectuer ce programme de calcul en prenant 11 comme nombre de départ.

3) Que remarque-t-on ? Est-ce toujours le cas ?

Ex 21 ☆☆★★

Soit le programme de calcul suivant :

> *Choisir un nombre, prendre son carré et ajouter 12.*
> *Soustraire 7 fois le nombre de départ au résultat précédent.*

1) Effectuer ce programme de calcul en prenant 3 comme nombre de départ.

2) Effectuer ce programme de calcul en prenant 4 comme nombre de départ.

3) Que remarque-t-on ? Est-ce toujours le cas ?

Ex 22 ★☆★★ **Zéros**

On multiplie les nombres de 1 à 25 :

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 23 \times 24 \times 25$$

Par combien de 0 se termine l'écriture de ce produit ?
Quel est le premier chiffre non nul ?